

МЕТАФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВОЙ ПАРАДИГМЫ

DOI: 10.22363/2224-7580-2023-1-101-108

ГИПОТЕЗА КВАНТОВОЙ ЗАПУТАННОСТИ И ТЕОРИЯ ФРАКТАЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА

А.П. Ефремов

*Институт гравитации и космологии
Российского университета дружбы народов
Российская Федерация, 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3*

Аннотация. Кратко обсуждаются кардинальные различия теоретического описания динамики классических и квантовых частиц, противоречия вероятностной (Копенгагенская школа) и детерминистской (теория Де Бройля – Бома) интерпретации квантовой механики, а также особенности запутанных квантовых состояний. Предполагается возможность объяснения странных свойств запутанной пары локализацией частиц не в 3D физическом пространстве, а в области фрактального пространства, возникающего в процессе чисто математического вывода уравнений Шредингера и Паули.

Ключевые слова: квантовая механика, запутанное состояние, фрактальное пространство

Введение

Нобелевская премия по физике 2022 года присуждена Алену Аспе (Франция), Джону Ф. Клаузеру (США), Антону Цайлингеру (Австрия) «за эксперименты с запутанными фотонами, установление принципа нарушения неравенств Белла и новаторство в квантовой информатике». И хотя основные опыты, на которые ссылается Нобелевский комитет, были осуществлены более тридцати лет назад, сам факт столь пристального внимания к странному явлению так называемой квантовой запутанности совершенно не удивителен. В современной физике эта тема, пожалуй, является одной из самых популярных, вызывая благодаря СМИ не только любопытство широкой публики, но и серьезный научный интерес, в том числе определенные ожидания в практической области, связанной с обработкой информации. О квантовой запутанности (quantum entanglement) есть достаточно сведений в отечественной и зарубежной литературе и в Интернете – от поверхностных описаний этого

явления до попыток подробного анализа. Однако еще одно изложение некоторых аспектов этого явления, сделанное не специалистом в эксперименте, но «чистым теоретиком», много лет посвятившим поиску законов физики в математической среде гиперкомплексных чисел, может оказаться нелишним.

1. Различия классической и квантовой механики

Корни дискуссии на данную тему произрастают из «смутного времени» рождения квантовой механики, времени, уже отдаленного целым столетием от сегодняшнего дня. А возникла эта дискуссия как раз потому, что теория квантовой механики разительно отличается от всецело понятной, выросшей из статистики сотен опытов классической механики И. Ньютона (1687 г.). Правда, полвека спустя (1744 г.), П. Мопертюи и Л. Эйлер сделали первый шаг к «потере здравого смысла» в классической механике, сформулировав так называемый принцип экстремума действия, который позволял безо всякого опыта (чисто математически) получать уравнения Ньютона из требования минимизации некой абстрактной величины – механического действия. Позднее силами Ж.Л. Лагранжа (1788 г.) и У. Гамильтона (1835 г.) это направление было существенно развито, и из сравнительно простых уравнений динамики Ньютона неожиданно выросла новая обширная область математики – аналитическая механика – наука, по мнению лауреата Нобелевской премии Ю. Вигнера, непостижимая, поскольку причины (или истоки) ее необыкновенной многовариантности и математической красоты неизвестны и поныне. И тем не менее классическая механика, даже с точки зрения обычных людей, – «наша» наука, поскольку она оперирует с привычными объектами: действительными величинами (числами и функциями), каждая из которых может быть измерена в единицах из «нашего» непосредственно наблюдаемого физического мира.

Что же касается квантовой механики, то исследование ее закономерностей, начавшись, как это обычно в физике, с анализа «странных» результатов опыта, растянулось более чем на всю первую четверть XX века и завершилось формулировкой уравнений Шредингера¹ (для скалярной частицы), Паули (для заряженной частицы со спином) и Дирака (для релятивистского электрона). Все эти уравнения отличаются от уравнений механики классической кардинально – и в математическом, и в философском (метафизическом) смысле. Не чрезмерно углубляясь в детали, можно перечислить следующие наиболее яркие отличия.

Во-первых, каждое из вышеперечисленных уравнений представляет собой запись некоторого соотношения в «неестественном» для земного наблюдателя формате – в функциях, принадлежащих алгебре комплексных чисел. По сути, это не одно, а два соотношения (особое внимание на это обратил Д. Бом в 1952 году [1]), и любое из них вряд ли может быть расценено как

¹ Представление уравнения квантовой механики в формализме Гейзенберга здесь не обсуждается.

принадлежащее к наблюдаемому физическому миру. Так, при разложении уравнения Шредингера на составляющие Бомы мнимая компонента, как стало понятно позже, формально схожа с уравнением Гамильтона–Якоби аналитической механики, а действительная компонента (измеряемая – как оказалось – в единицах плотности электрического заряда) есть корень квадратный из некоторого закона сохранения [2]. В целом изучение разложения Бомы еще далеко от своего завершения. Но далее о различиях.

Во-вторых, продолжая тему многокомпонентности единого квантово-механического уравнения – в данном случае уравнения Паули, – мы оказываемся перед фактом его еще более сложной спинорной структуры, вдвое увеличивающей число (всего 4) независимых соотношений; на еще большее число таких соотношений (всего 8) можно разложить уравнение Дирака. Каких-либо объяснений этому факту и/или некоторой внятной (физической) трактовки каждой из полученных составляющих, по сути, нет; просто «так получается».

В-третьих, совсем уж нестандартно для начала XX века в квантовой механике (вместо функций и аргументов классической механики) вдруг оказывается необходимым инструментарий операторов, действующих на функции из специального множества (Гильбертова пространства), в том числе и в матричном представлении. И следует отметить, что развитие формализма линейных (самосопряженных) операторов, в совокупности с определением их соответствия характеристикам реальных физических систем, безусловно, обеспечило становление и успехи квантовой теории.

Наконец, в отличие от основанной на опыте эмпирической механики Ньютона и математически (логически) строгой аналитической механики, уравнения механики квантовой возникли эвристически – по сути, как догадки, как результат мощной научной интуиции авторов. Так называемый аксиоматический (по сути, эвристический) подход естественен для КМ, прежде всего потому, что само уравнение квантовой механики было записано Шредингером как результат «гениального озарения». В этой связи примечательно замечание Д. Блохинцева в его известном учебном пособии Основы квантовой механики [3]: «Во многих курсах стремятся ‘вывести’ уравнение Шредингера. На самом деле, это уравнение *ниоткуда не выводится*, а образует основу новой теории». И это обстоятельство могло бы представляться весьма удивительным, поскольку последующие многочисленные физические опыты с высокой точностью показали верность предсказаний этой странной теории. Но в разделе 3 нашей статьи мы представим ряд иных фактов о возникновении уравнений квантовой теории.

В целом сущностных отличий КМ от механики Ньютона еще больше, и они глубже, поскольку требуют дополнительных умозрительных предположений. Здесь и возникающий из строгой математики принцип неопределенности (В. Гейзенберг: невозможность точно измерить величины, операторы которых не коммутируют), и эвристический принцип дополнительности (Н. Бор: полнота описания физики обеспечивается взаимно дополняющими друг друга корпускулярно-волновыми характеристиками), и нововведенное

понятие измерения как редукции волновой функции (изменение состояния физической системы в процессе измерения). Но особо стоят темы проблемы интерпретации квантовой теории и принципа неопределенности Гейзенберга.

2. Парадокс Эйнштейна–Подольского–Розена, теория волны-пилота и квантовая запутанность

Вероятностная интерпретация квантовой механики появилась в Копенгагенской школе (М. Борн, В. Боте, Н. Бор) и стала почти общепринятой гипотезой. Это представляется объяснимым, поскольку во всех физических опытах, демонстрирующих квантовые свойства микромира (точнее, мира комптоновского масштаба $\sim 10^{-11}$ см), по-видимому, всегда задействовано очень большое число частиц, так что статистический анализ их поведения (как в термодинамике и статистической физике) оказывается неизбежным. Но при этом рассмотрение опытов, даже умозрительных, для отдельных частиц приводит к спорам.

Яркий тому пример – парадокс Эйнштейна–Подольского–Розена (ЭПР) (рис. 1). Эйнштейн, как известно, настойчиво придерживался позиции детерминированности квантовой механики и в 1935 году предложил с соавторами следующую простую схему.

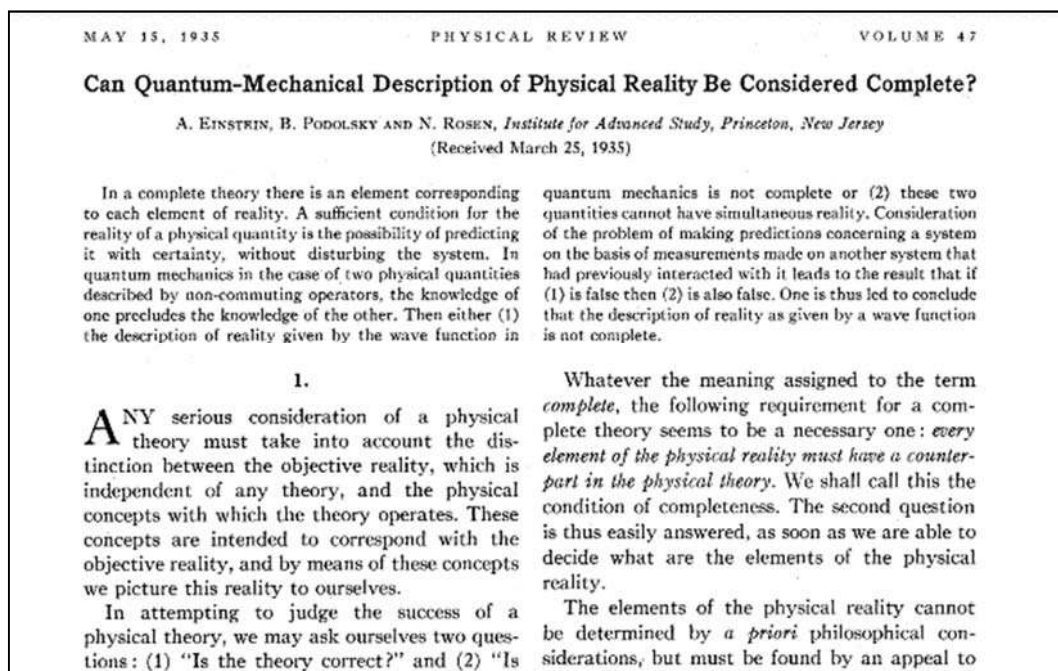


Рис. 1. Фрагмент статьи А. Эйнштейна, Б. Подольского, Н. Розена
о полноте квантовой механики [5]

Пусть в результате одного физического процесса возникают две «родственные» квантовые частицы. Если мы измерим импульс одной из них, то из закона сохранения импульса можем вычислить импульс второй частицы.

Далее мы измеряем координату только второй частицы, и оказывается, что мы знаем сразу и ее координату, и импульс. Это, по мнению авторов, нарушает принцип неопределенности и восстанавливает детерминированность квантовой теории, отменяя тем самым Копенгагенскую вероятностную интерпретацию.

Далее, не останавливаясь на известной последующей дискуссии и уступках Эйнштейна, приведем свидетельство его неожиданной поддержки в виде альтернативного подхода к квантовой механике. Имеется в виду теория так называемой волны-пилота, изначально предложенная Л. де Бройлем (1927 г.) и развитая Д. Бомом (1952 г.) (рис. 2).

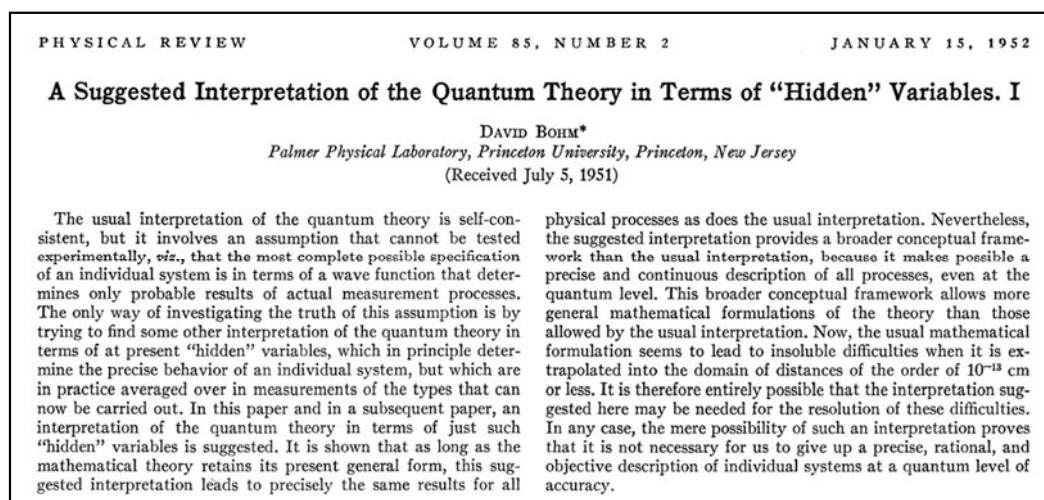


Рис. 2. Фрагмент статьи Д. Бома «Интерпретация квантовой теории в терминах скрытых переменных» [1]

В теории волны-пилота, помимо уравнения Шредингера, эвристически постулируется дополнительное уравнение эволюции функции состояния, зависящее от конфигурации системы в физическом 3D-мире и включающее некоторый квантовый потенциал, а также ряд скрытых параметров, призванных обеспечить детерминированность траектории отдельной квантовой частицы в физическом пространстве.

В связи с появлением этой обновленной теории проблема интерпретации квантовой механики вновь привлекла внимание специалистов и обрела новое звучание, вначале в терминах чистой математики. Рассматривая в качестве базовой схемы пример парадокса ЭПР и используя методы теории вероятности, Д. Белл в 1964 году вывел контрольные математические соотношения (неравенства), разделяющие вероятностную и детерминистскую версии интерпретации квантовой механики. Анализ неравенств Белла по результатам серии экспериментов с когерентными фотонами провели будущие Нобелевские лауреаты Дж. Клаузер (1972 г.), А. Аспе (1980 г.), и А. Целлингер (1997 г.); в большинстве случаев была подтверждена гипотеза вероятностной интерпретации квантовой теории и, как утверждается, было с определенно-

стью продемонстрировано наличие феномена квантовой запутанности – взаимозависимости состояний частиц, «рожденных в едином физическом акте» и разнесенных на произвольное расстояние (и даже время) друг от друга. При этом измерение характеристики одной квантовой частицы *мгновенно* дает значение той же характеристики частицы-партнера на любом интервале между ними. Отсюда с неизбежностью должны следовать, во-первых, вывод о нарушении «классического» принципа локальности взаимодействий, а во-вторых, возможность удаленного (второго) измерения с превышением фундаментальной скорости (впрочем, без нарушения принципа причинности). Эти – признанные на сегодняшний день – факты, как представляется, лишь подтверждают высказанную Эйнштейном в дискуссии об ЭПР-парадоксе простую мысль: наше знание физической сущности микропроцессов остается далеко не полным. И тому есть ряд не гипотетических (интерпретационных), а заслуживающих внимания строгих математических фактов.

3. Математическое происхождение уравнений квантовой механики и фрактальное пространство

Первый факт состоит в том, что, несмотря на цитированное выше мнение Д. Блохинцева, уравнения квантовой механики все-таки строго выводятся. Более того, они имеют к физике некое вторичное отношение, поскольку являются чисто математическим условием сохранения и стабильности трех исключительных алгебр: действительных (R), комплексных (C) и кватернионных (Q) чисел (см., например, [4]). Кратко этот вывод можно описать следующим образом. Единицы всех вышеуказанных алгебр представимы единичной матрицей (скалярная единица) и векторными матрицами (мнимые единицы). В алгебре максимальной размерности (из приведенных) – алгебре кватернионов – векторных матриц три, они формируют репер (Q -триаду), которую можно сопоставить с тремя направляющими единичными векторами декартовой системы координат в 3D физическом пространстве. Все матрицы этой триады невырожденные (детерминант не ноль – равен единице) и простые (их собственные значения различны); тогда, согласно спектральной теореме из теории матриц, каждый из векторов 3D-репера есть би-квадратичная комбинация всего лишь двух векторов дробной (фрактальной) размерности $1/2$. Эти векторы формируют базис двумерного пространства, которое представляет собой простейшую структуру, лежащую в основе физического мира: фрактальную поверхность – «корень квадратный» из 3D-пространства. Простые деформации малой площадки этой поверхности нарушают закон умножения всех указанных алгебр; условием их валидности и «вечности» оказывается безразмерное чисто математическое уравнение. Будучи записанным в физических единицах микромира, это уравнение становится в точности уравнением Шредингера или уравнением Паули, в зависимости от выбора входящего в него произвольного вектора.

Полезно заметить, что уравнение для заряженной квантовой частицы во внешнем магнитном поле также было предложено В. Паули эвристически; каких-либо вариантов его математического вывода ранее не было. Этот факт наиболее существенен в контексте данного обсуждения, и важность его в следующем. Как было отмечено выше, функция состояния частицы в уравнении Паули геометрически – двухкомпонентный спинор. Он очевидно обобщает скалярную функцию бесспиновой частицы Шредингера (которая лишь одна из компонент функции Паули) и в то же время является суперпозицией 2D-векторов базиса фрактального пространства. Это означает, что квантовомеханическая волновая функция «геометрически находится» не в физическом 3D-пространстве, а в нефизическом (и ненаблюдаемом) фрактальном 2D-пространстве («плоскости»).

Здесь есть два варианта ситуаций. (1) Фрактальная плоскость физически реальна, хотя и ненаблюдаема, и функция состояния отдельной частицы описывает также реально существующий – но на этой плоскости – некоторый объект. (2) Двумерная фрактальная «подложка» физического пространства представляет собой всего лишь математический результат – возможность извлечь «квадратный корень» из аксиальных векторов Q-триады (то есть из всего 3D-пространства); тогда любое представление о физическом формате квантовой частицы хоть в каком-то ее геометрическом образе вообще исчезает. По сути, оба этих варианта вполне коррелируют с тем обстоятельством, что сведений о непосредственном (прямом) наблюдении квантовых частиц до последнего времени нет, наблюдаются только результаты взаимодействия этих частиц с другими физическими телами. Связан с этим, по-видимому, и тот факт, что в настоящее время нет ни одного более или менее удовлетворительного изображения квантового объекта. Например, известный макет планетарной модели атома водорода Бора определенно не соответствует картине, описываемой решением уравнения Шредингера. Кстати, заметим, что и это решение, и соответствующая ему картина не являются единственными (в докладе будет продемонстрировано другое точное решение и другая модель атома).

Как в схему «существования» фрактального пространства вписывается гипотеза квантовой запутанности? Детальные исследования еще предстоят, но уже в силу перечисленных особенностей фрактальной поверхности возникают соображения, которые тезисно можно изложить так. Функции, описывающие состояние частицы (как минимум модуль и фаза комплексного числа), конечно, определяются над координатными системами и временем физического пространства. Однако совершенно невозможно представить на фрактальной поверхности схемы «взаимного расположения» тех объектов, которые могут быть идентифицированы с взаимодействовавшими частицами – и оставшимися в квантовой запутанности в физическом пространстве на дальней дистанции друг от друга. В частности, соответствующие функции состояния пары частиц на фрактальной поверхности могут оказаться «совсем рядом» или даже просто «территориально совпадать», то есть оставаться образом одной частицы, что может объяснить все «странности» феномена

квантовой запутанности. Более того, в каком-то смысле фрактальное пространство, не являясь «геометрическим вместилищем», являет собой некое «пространство отношений», обстоятельное обсуждение которого неоднократно предлагалось в работах и докладах проф. Ю.С. Владимирова в рамках его реляционной теории фундаментальной физики.

Литература

1. *Bohm D.* A suggested interpretation of the quantum theory in terms of “hidden” variables // *Phys. Rev.* 1952. 85, 166.
2. *Yefremov A. P.* The General Theory of Particle Mechanics. A Special Course. Cambridge Scholars Publ., UK, 2019.
3. *Блохинцев Д. И.* Основы квантовой Механики. М.: Наука, 1976.
4. *Yefremov A. P.* The Fractal Structure of Space Entails Origin of Pauli’s Equation // *Grav. & Cosmol.* 2019. Vol. 25, no. 4. P. 305–309.
5. *Einstein A., Podolsky B., Rosen N.* Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? // *Physical Review.* 1935. Vol. 47. P. 777.

HYPOTHESIS OF QUANTUM ENTANGLEMENT AND FRACTAL SPACE THEORY

A.P. Yefremov

*Institute of Gravity and Cosmology, Peoples’ Friendship University of Russia
(RUDN University)
3 Ordzhonikidze St, Moscow, 115419, Russian Federation*

Abstract. The cardinal differences in the theoretical description of classical and quantum particles, the contradictions of the probabilistic (Copenhagen School) and deterministic (De Broglie – Bohm theory) interpretation of quantum mechanics, and the features of entangled quantum states are briefly discussed. It is assumed that the strange properties of the entangled pair can be explained by the localization of particles not in 3D physical space, but in the domain of a fractal space arising in the process of purely mathematical derivation of the Schrodinger and Pauli equations.

Keywords: quantum mechanics, entangled state, fractal space