

УДК 519.21, 519.85, 519.87, 621.39

Метод решения задачи разделения ресурсов мультисервисной сети между виртуальными частными сетями с одноадресными и многоадресными соединениями

М. В. Лузгачев, К. Е. Самуйлов

*Кафедра систем телекоммуникаций
Российский университет дружбы народов
ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия, 117198*

Статья посвящена решению задачи, возникающей при проектировании виртуальных частных сетей (VPN, Virtual Private Network), по которым передаётся мультисервисный трафик одноадресных и многоадресных соединений. Задача состоит в максимизации суммарного дохода от передачи трафика всех VPN, причём интенсивность поступления дохода зависит от вероятностей блокировок установления соединений, возникающих в условиях ограниченной пропускной способности звеньев базовой телекоммуникационной сети, например, сети IP/MPLS (MPLS, Multiprotocol Label Switching). В статье предложен приближенный метод решения задачи оптимального разделения ресурсов мультисервисной сети между VPN с одноадресными и многоадресными соединениями, основанный на вычислении чувствительности дохода к изменению пропускной способности с учётом упущенной выгоды — ожидаемой величины потерянного дохода, возникающей из-за уменьшения пропускной способности сети в результате установления соединения.

Ключевые слова: мультисервисная сеть, одноадресные соединения, многоадресные соединения, вероятность блокировки, доход, упущенная выгода, оптимизация, виртуальная частная сеть, разделение пропускной способности.

1. Введение

Виртуальная частная сеть — VPN — представляет собой выделенную сеть передачи данных, построенную на инфраструктуре телекоммуникационной сети общего пользования, в которой конфиденциальность и защищённость передачи информации пользователя обеспечивается механизмами туннелирования и средствами информационной безопасности. Оптимальное разделение пропускной способности мультисервисной сети между VPN обеспечивает эффективное использование сетевых ресурсов. В качестве критериев оптимальности могут выступать различные величины, например, в [1] рассматривается многокритериальная задача оптимизации маршрутизации на графе сети MPLS. В поставленной и решаемой нами в данной статье задаче необходимо разделить ресурсы базовой сети (здесь и далее — пропускные способности звеньев сети) между VPN с целью максимизации величины суммарной интенсивности поступления дохода, которая может уменьшаться при возникновении блокировок запросов на установление соединений из-за нехватки пропускной способности сети. В отличие от результатов, известных для случая передачи по всем VPN только трафика одноадресных соединений [2, 3], задача решается для случая, когда по одной из VPN передаётся трафик многоадресных соединений, например, трафик вещательного телевидения. В [3] предложен приближенный метод решения задачи разделения ресурсов (англ., Resource Allocation Problem) мультисервисной сети, в которой устанавливаются только одноадресные соединения. В [4] авторами данной статьи исследован частный случай задачи разделения ресурсов отдельного звена мультисервисной сети с одноадресными и многоадресными соединениями и предложен приближенный метод решения, основанный на вычислении градиента функции обслуженной нагрузки (полный текст статьи доступен на <http://www.ieeexplore.ieee.org>).

Статья поступила в редакцию 23 марта 2010 г.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ №10-07-00487-а.

В данной статье предложен приближенный метод решения задачи для случая разделения ресурсов мультисервисной сети между VPN с одноадресными и многоадресными соединениями различного типа, которые отличаются требованиями к величине пропускной способности звеньев сети. В рассматриваемой мультисервисной сети в результате установления соединения происходит занятие требуемой ему пропускной способности и, следовательно, поступает дополнительный доход, однако из-за уменьшения оставшейся пропускной способности сети увеличивается вероятность блокировки соединений, которые могут быть установлены в будущем, и, следовательно, интенсивность поступления дохода может снизиться. Ожидаемая величина потерянного дохода из-за уменьшения пропускной способности сети вследствие установления соединения называется упущенной выгодой (англ., implied cost) [5–8]. Предложенный метод основан на вычислении чувствительности интенсивности дохода к изменению пропускной способности VPN, при расчёте которой необходимо вычислять величину упущенной выгоды. Для этого в статье формализовано понятие упущенной выгоды и предложен метод вычисления как для одноадресных, так и для многоадресных соединений.

Обратим внимание на вычислительную сложность решаемой задачи. Предварительные исследования показали, что при поиске решения путём перебора всех допустимых точек (вариантов разделения ресурсов, удовлетворяющих ограничениям задачи) для разделения между двумя VPN ресурсов сети, состоящей всего из пяти звеньев с ёмкостью 15 условных единиц канального ресурса (УЕКР) каждое, потребуется перебрать порядка 10^6 точек, а для разделения между тремя VPN ресурсов сети из 10 звеньев с ёмкостями 10^4 УЕКР каждое — уже порядка 10^{76} точек. Таким образом, разработка приближенного метода решения задачи разделения ресурсов мультисервисной сети между VPN с одноадресными и многоадресными соединениями, обеспечивающего точность, допустимую в инженерных расчётах, является весьма актуальной проблемой.

Далее статья организована следующим образом. В разделе 2 разработана математическая модель мультисервисной сети, в которой построены VPN с двумя типами соединений, сформулирована задача разделения ресурсов и представлен приближенный метод её решения. В третьем разделе получены результаты, необходимые для расчёта чувствительностей интенсивностей дохода с помощью упущенных выгод. В заключительном разделе приведены результаты численного эксперимента, иллюстрирующие применение модели и метода решения оптимизационной задачи.

2. Математическая модель разделения ресурсов мультисервисной сети

Рассмотрим мультисервисную сеть с множеством звеньев $\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$. В сети построены VPN_n из множества $\mathcal{N} = \{1, \dots, N + 1\}$. Звено l сети имеет пропускную способность $C^l \in \mathbb{Z}^+$, при этом VPN_n использует $0 \leq C_n^l \leq C^l$ единиц его пропускной способности. В VPN_1, \dots, VPN_N устанавливаются одноадресные соединения различных классов из множества $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$, причём соединение k -класса требует d_k УЕКР на каждом звене соответствующего маршрута. Считаем заданными маршруты $\mathcal{L}_k \subseteq \mathcal{L}$ соединений и величину предложенной нагрузки a_k на соединение k -класса, и пусть EU_k — интенсивность поступления дохода от одноадресного k -соединения (ед. дохода/ед. времени), $k \in \mathcal{K}$. Одноадресное соединение устанавливается, если во время поступления запроса пользователя на каждом звене соответствующего маршрута имеется d_k УЕКР, иначе запрос блокируется. Обозначим $\mathbf{C}_n = (C_n^1, \dots, C_n^L)$ вектор пропускных способностей звеньев, через которые установлены маршруты VPN_n , и $\mathcal{K}_n \subset \mathcal{K}$ — множество классов соединений VPN_n . Если вероятность блокировки соединения $k \in \mathcal{K}_n$ равна $B_k(\mathbf{C}_n)$, то интенсивность $E_n(\mathbf{C}_n)$ поступления дохода от VPN_n с одноадресными соединениями вычисляется по формуле

$$E_n(\mathbf{C}_n) = \sum_{k \in \mathcal{K}_n} EU_k a_k (1 - B_k(\mathbf{C}_n)), \quad n \in \mathcal{N} \setminus \{N+1\}. \quad (1)$$

Обозначим $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ множество услуг мультивещания, которые предоставляются только в VPN_{N+1} , причём для предоставления m -услуги требуется b_m УЕКР. Не ограничивая общности, считаем, что в сети имеется один источник мультивещания, например, услуг вещательного телевидения. Пусть p — физический путь (маршрут) от источника к группе пользователей, и пусть \mathcal{P} — множество всех физических путей (далее, дерево мультивещания), $\mathcal{L}_p \subseteq \mathcal{L}$ — звенья физического пути [9]. Пару (m, p) будем называть логическим путём. Обозначим ρ_{mp} предложенную нагрузку на (m, p) -путь, а EM_m — интенсивность поступления дохода от m -услуги. Считаем заданными дерево \mathcal{P} и значения нагрузок ρ_{mp} , $m \in \mathcal{M}$, $p \in \mathcal{P}$. Запрос на установление многоадресного соединения блокируется, если услуга ещё не предоставляется и для её предоставления не хватает пропускной способности. Обозначим $\Pi_{mp}(\mathbf{C}_{N+1})$ вероятность блокировки (m, p) -пути, и тогда интенсивность $E_{N+1}(\mathbf{C}_{N+1})$ поступления дохода от VPN_{N+1} вычисляется по формуле

$$E_{N+1}(\mathbf{C}_{N+1}) = \sum_{m \in \mathcal{M}} EM_m \sum_{p \in \mathcal{P}} \rho_{mp} (1 - \Pi_{mp}(\mathbf{C}_{N+1})), \quad (2)$$

а общая интенсивность $E(\mathbf{C})$ дохода определяется как сумма интенсивностей доходов от одноадресных соединений и услуг мультивещания, т.е.

$$E(\mathbf{C}) = \sum_{n \in \mathcal{N}} E_n(\mathbf{C}_n). \quad (3)$$

С учётом введённых обозначений задача разделения ресурсов мультисервисной сети с одноадресными и многоадресными соединениями записывается в виде

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{C}} E(\mathbf{C}) = & \sum_{n \in \mathcal{N} \setminus \{N+1\}} \sum_{k \in \mathcal{K}_n} EU_k a_k (1 - B_k(\mathbf{C}_n)) + \\ & + \sum_{m \in \mathcal{M}} EM_m \sum_{p \in \mathcal{P}} \rho_{mp} (1 - \Pi_{mp}(\mathbf{C}_{N+1})), \quad (4) \\ & \sum_{n \in \mathcal{N}} C_n^l = C^l, \quad l \in \mathcal{L}, \quad (i) \end{aligned}$$

где $\mathbf{C} = (\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_{N+1}) \in \mathbb{Z}^{L(N+1)}$.

Задача (4) является задачей нелинейного целочисленного программирования с ограничениями, заданными набором линейных равенств (i), а для вычисления значений целевой функции требуется применение весьма непростых с вычислительной точки зрения приближенных методов [3, 7–10]. Для решения задачи предлагается приближенный метод, основанный на методе поиска возможных направлений Зойтендейка [11], принцип которого заключается в генерации последовательности допустимых точек с возрастающим значением целевой функции [12]. Сразу заметим, что в разрабатываемом нами методе при поиске решения доход увеличивается не всегда, что связано со свойствами функций вероятностей блокировок $B_k(\mathbf{C}_n)$ одноадресных и $\Pi_{mp}(\mathbf{C}_{N+1})$ многоадресных соединений в соответствующих VPN.

Определим величину $\frac{\partial E_n}{\partial C_n^l}$ чувствительности интенсивности дохода к изменению пропускной способности C_n^l на l -звене, через которое установлены маршруты

(физические пути в случае многоадресных соединений) VPN_n , $n \in \mathcal{N}$. Введённое обозначение условно и связано с тем, что величина чувствительности дохода в точке \mathbf{C}_n имеет совпадающий с производной физической смысл. В основе предлагаемого метода лежит приближенная формула, вытекающая из линейной аппроксимации целевой функции на основе её тейлоровского разложения, представимого в виде

$$E(\mathbf{C} + \boldsymbol{\delta}) \approx E(\mathbf{C}) + \sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{\partial E_n}{\partial C_n^l} \delta_n^l, \quad \text{где } \boldsymbol{\delta} = (\delta_n^l)_{n \in \mathcal{N}, l \in \mathcal{L}}. \quad (5)$$

Метод решения задачи (4), (i) является итерационным, причём на каждой итерации новый вектор пропускных способностей \mathbf{C}' определяется с помощью вектора $\boldsymbol{\delta}$ изменения пропускных способностей по формуле $\mathbf{C}' = \mathbf{C} + \boldsymbol{\delta}$.

Утверждение 1. Для выбора вектора $\boldsymbol{\delta}$ изменения пропускных способностей необходимо решить задачу перераспределения пропускных способностей, максимизирующую величину дохода $E(\mathbf{C} + \boldsymbol{\delta})$:

$$\max_{\boldsymbol{\delta}} \sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{\partial E_n}{\partial C_n^l} \delta_n^l, \quad (6)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} \delta_n^l = 0, \quad l \in \mathcal{L}, \quad (ii)$$

$$\bar{\delta}_n^l \leq \delta_n^l \leq \bar{\delta}_n^l, \quad n \in \mathcal{N}, \quad (iii)$$

где $\boldsymbol{\delta} \in \mathbb{Z}^{L(N+1)}$.

Заметим, что утверждение 1 является модификацией метода Зойтендейка, которая предложена в [3] для разделения пропускной способности сети с одноадресными соединениями. Задача (6), (ii), (iii) является задачей целочисленного линейного программирования и может быть решена, например, с помощью метода отсечений Гомори [13]. Здесь ограничение (ii) означает, что для каждого звена $l \in \mathcal{L}$ сумма вновь выделенных пропускных способностей в результате изменения C_n^l на δ_n^l не превышает ограничения C^l ёмкости l -звена. Рассмотрим ограничение (iii). Во-первых, пропускная способность VPN не может быть отрицательной и быть больше пропускной способности звена сети, поэтому

$$-C_n^l \leq \delta_n^l \leq C^l - C_n^l, \quad n \in \mathcal{N}. \quad (7)$$

Однако при таких ограничениях изменения $\boldsymbol{\delta} = (\delta_n^l)_{n \in \mathcal{N}, l \in \mathcal{L}}$ пропускной способности могут оказаться слишком большими, поэтому предлагается использовать более строгие ограничения

$$\bar{\delta}_n^l = \left[\max \left(-C_n^l, -\chi \sqrt{C_n^l} \right) \right], \quad \bar{\delta}_n^l = \left[\min \left(C^l - C_n^l, \chi \sqrt{C_n^l} \right) \right], \quad (8)$$

где значение константы χ при вычислениях рекомендуется выбирать равным $\chi = 0,5$ [3].

Обратим внимание на то, что в методе Зойтендейка очередная точка определяется в два этапа: сначала определяется подходящее возможное направление, затем вычисляется длина шага изменения решения в данном направлении. В предлагаемом нами методе, как и в [3], эти шаги совмещены в один — ограничение (iii), обеспечивающее нормализацию вектора $\boldsymbol{\delta}$, даёт возможность найти изменение пропускных способностей в необходимых пределах. Такая модификация классического метода позволяет сформулировать задачу (6), (ii), (iii) целочисленного линейного программирования для поиска $\boldsymbol{\delta}$ и не переходить к непрерывной задаче

на данном этапе решения, а также избежать многократного вычисления целевой функции при поиске шага изменения текущего решения.

В следующем разделе статьи изложены результаты, позволяющие вычислять чувствительности интенсивностей доходов от VPN и величины упущенной выгоды.

3. Метод вычисления чувствительности дохода с помощью упущенных выгод

Теперь рассмотрим подробнее понятие упущенной выгоды. Предположим, что в сети устанавливается соединение. В результате установления соединения будет получен доход, но будут заняты и ресурсы сети, что может вызвать блокировки новых соединений в течение времени, пока рассматриваемое соединение не будет разъединено. Следовательно, за этот период может быть потерян доход вследствие того, что новые соединения не будут установлены из-за нехватки пропускной способности. Этот недополученный в будущем доход и называется упущенной выгодой. В [3, 7, 8] определяется понятие упущенной выгоды для одноадресных соединений, а в рассматриваемой нами модели необходимо вычислять величину упущенной выгоды для многоадресных соединений. Заметим, что в [3] и [8] упущенная выгода определяется по-разному. Согласно модели в [8] упущенная выгода — это доход, который не получит оператор, т.е. величина выраженная в абсолютных денежных единицах. Согласно же [3] упущенная выгода — это величина потерянной интенсивности поступления дохода, и мы используем именно это определение.

Обозначим $\xi_k(\mathbf{C}_n)$ упущенную выгоду от установления одноадресного соединения $k \in \mathcal{K}_n$. В предположении, что блокировки на звеньях независимы, можно считать, что $\xi_k(\mathbf{C}_n) \approx \sum_{l \in \mathcal{L}_k} \xi_k^l(\mathbf{C}_n)$, где $\xi_k^l(\mathbf{C}_n)$ — упущенная выгода от установления k -соединения на l -звене. Аналогично для многоадресных соединений упущенная выгода от предоставления m -услуги по физическому пути p имеет вид $\zeta_{mp}(\mathbf{C}_{N+1}) \approx \sum_{l \in \mathcal{L}_p} \zeta_m^l(\mathbf{C}_{N+1})$, где $\zeta_m^l(\mathbf{C}_{N+1})$ — упущенная выгода от предоставления m -услуги на l -звене.

Далее сформулируем ряд утверждений, обосновывающих метод вычисления упущенных выгод и чувствительности дохода к изменению пропускных способностей звеньев сети. Формулировки утверждений имеют ясный физический смысл, а их доказательства не приводятся лишь для краткости изложения основных положений статьи. Однако предварительно введём необходимые обозначения.

Обозначим $a_k^l(\mathbf{C}_n)$ предложенную нагрузку соединений класса $k \in \mathcal{K}_n$ на l -звено, $\rho_{mp}^l(\mathbf{C}_{N+1})$ — предложенную нагрузку соединений (m, p) -пути на l -звено, $\rho_m^l(\mathbf{C}_{N+1})$ — предложенную нагрузку соединений m -услуги на l -звено. При независимости блокировок на звеньях справедливы следующие соотношения [9, 10]:

$$a_k^l(\mathbf{C}_n) = a_k \prod_{j \in \mathcal{L}_k \setminus \{l\}} (1 - B_k^j(\mathbf{C}_n)), \quad (9)$$

$$\rho_{mp}^l(\mathbf{C}_{N+1}) = \rho_{mp} \prod_{j \in \widetilde{\mathcal{L}}_p \setminus \{l\}} (1 - \Pi_m^j(\mathbf{C}_{N+1})), \quad (10)$$

$$\rho_m^l(\mathbf{C}_{N+1}) = \sum_{p \in \mathcal{P}: l \in \widetilde{\mathcal{L}}_p} \rho_{mp} \prod_{j \in \widetilde{\mathcal{L}}_p \setminus \{l\}} (1 - \Pi_m^j(\mathbf{C}_{N+1})). \quad (11)$$

Утверждение 2. Величины упущенных выгод $\xi_k^l(\mathbf{C}_n)$ для VPN_n , $n \in \mathcal{N} \setminus \{N+1\}$, с одноадресными соединениями являются решением системы уравнений

$$\xi_k^l(\mathbf{C}_n) = \sum_{i \in \mathcal{X}_n: l \in \mathcal{L}_i} (B_i^l(\mathbf{C}_n - d_k \mathbf{e}^l) - B_i^l(\mathbf{C}_n)) \times \\ \times a_i^l(\mathbf{C}_n) \left(EU_i - \sum_{j \in \mathcal{L}_i \setminus \{l\}} \xi_i^j(\mathbf{C}_n) \right), \quad k \in \mathcal{X}_n, \quad l \in \mathcal{L}, \quad (12)$$

а величины упущенных выгод $\zeta_m^l(\mathbf{C}_{N+1})$ для VPN_{N+1} с многоадресными соединениями являются решением системы уравнений

$$\zeta_m^l(\mathbf{C}_{N+1}) = \frac{1}{1 + \rho_m^l(\mathbf{C}_{N+1})} \sum_{i \in \mathcal{M}} (\Pi_i^l(\mathbf{C}_{N+1} - b_m \mathbf{e}^l) - \Pi_i^l(\mathbf{C}_{N+1})) \times \\ \times \sum_{p \in \mathcal{P}: l \in \tilde{\mathcal{L}}_p} (\rho_{ip}^l(\mathbf{C}_{N+1})) \left(EM_i - \sum_{j \in \tilde{\mathcal{L}}_p \setminus \{l\}} \zeta_i^j(\mathbf{C}_{N+1}) \right), \quad m \in \mathcal{M}, \quad l \in \mathcal{L}, \quad (13)$$

где $\mathbf{e}^l = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$.

Заметим, что в утверждении 3 вероятности блокировок $B_i^l(\mathbf{C}_n)$ и $\Pi_i^l(\mathbf{C}_{N+1})$ рассчитываются с помощью метода просеянной нагрузки, а вероятности $B_i^l(\mathbf{C}_n - d_k \mathbf{e}^l)$ и $\Pi_i^l(\mathbf{C}_{N+1} - b_m \mathbf{e}^l)$ — с помощью методов Кауфмана–Робертса и Гайдамака–Самуйлова [9, 10] соответственно при предложенных на звенья нагрузках $a_k^l(\mathbf{C}_n)$ и $\rho_{\tilde{m}}^l(\mathbf{C}_{N+1})$, $k \in \mathcal{X}_n$, $\tilde{m} \in \mathcal{M}$. При вычислениях следует считать, что $B_i^l(\mathbf{C}_n) = 1$ и $\Pi_i^l(\mathbf{C}_{N+1}) = 1$ при $C_n^l < 0$ и $C_{N+1}^l < 0$ соответственно.

Теперь рассмотрим, как меняется интенсивность поступления дохода в VPN_n при изменении пропускной способности звена. Как видно из утверждения 3, при вычислении этих величин необходимо учитывать значения упущенных выгод.

Утверждение 3. Изменение интенсивности дохода при увеличении пропускной способности l -звена на величину $\delta \in \mathbb{Z}^1$ определяется формулами

$$E_n(\mathbf{C}_n + \delta \mathbf{e}^l) - E_n(\mathbf{C}_n) = - \sum_{k \in \mathcal{X}_n: l \in \mathcal{L}_k} ((B_k^l(\mathbf{C}_n + \delta \mathbf{e}^l) - B_k^l(\mathbf{C}_n)) \times \\ \times a_k^l(\mathbf{C}_n) \left(EU_k - \sum_{j \in \mathcal{L}_k \setminus \{l\}} \xi_k^j(\mathbf{C}_n) \right)), \quad n \in \mathcal{N} \setminus \{N+1\}, \quad l \in \mathcal{L}, \quad (14)$$

$$E_{N+1}(\mathbf{C}_{N+1} + \delta \mathbf{e}^l) - E_{N+1}(\mathbf{C}_{N+1}) = - \sum_{m \in \mathcal{M}} (\Pi_m^l(\mathbf{C}_{N+1} + \delta \mathbf{e}^l) - \Pi_m^l(\mathbf{C}_{N+1})) \times \\ \times \sum_{p \in \mathcal{P}: l \in \tilde{\mathcal{L}}_p} \rho_{mp}^l(\mathbf{C}_{N+1}) \left(EM_m - \sum_{j \in \tilde{\mathcal{L}}_p \setminus \{l\}} \zeta_m^j(\mathbf{C}_{N+1}) \right), \quad l \in \mathcal{L}. \quad (15)$$

Предположив в утверждении 3 $\delta \in \mathbb{R}^1$ и $C_n^l \in \mathbb{R}^1$, $n \in \mathcal{N}$, $l \in \mathcal{L}$, нетрудно получить выражения для расчёта чувствительности интенсивности дохода к изменению пропускных способностей звеньев сети.

Следствие 1. Величины чувствительностей интенсивностей дохода от VPN к изменению пропускных способностей звеньев сети имеют вид

$$\frac{\partial E_n}{\partial C_n^l} = - \sum_{k \in \mathcal{X}_n: l \in \mathcal{L}_k} \frac{\partial B_k^l}{\partial C_n^l} a_k^l(\mathbf{C}_n) \left[EU_k - \sum_{j \in \mathcal{L}_k \setminus \{l\}} \xi_k^j(\mathbf{C}_n) \right], \quad n \in \mathcal{N} \setminus \{N+1\}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial E_{N+1}}{\partial C_{N+1}^l} = - \sum_{m \in \mathcal{M}} \frac{\partial \Pi_m^l}{\partial C_{N+1}^l} \sum_{p \in \mathcal{P}: l \in \tilde{\mathcal{L}}_p} \rho_{mp}^l(\mathbf{C}_{N+1}) \left[EM_m - \sum_{j \in \tilde{\mathcal{L}}_p \setminus \{l\}} \zeta_m^j(\mathbf{C}_{N+1}) \right]. \quad (17)$$

Таким образом, получены все необходимые результаты, обеспечивающие вычисление целевой функции задачи перераспределения ресурсов мультисервисной сети, сформулированной в разделе 2 данной статьи.

4. Численный анализ

Ниже представлены результаты численного анализа, полученные с помощью программной реализации изложенного выше метода решения задачи разделения ресурсов мультисервисной сети с одноадресными и многоадресными соединениями, суть которого состоит в следующих основных шагах.

Шаг 1. Определение исходных данных (топология сети, пропускные способности, требования к построению VPN, нагрузочные характеристики услуг мультитивещания и классов одноадресных соединений, маршрутизация и пр.) и начального значения вектора пропускных способностей \mathbf{C} , удовлетворяющего ограничению (i).

Шаг 2. Нахождение вектора изменения пропускных способностей δ :

- расчёт упущенных выгод $\xi_k^l(\mathbf{C}_n)$ путём решения системы уравнений (12) для каждой VPN $_n$, $n \in \mathcal{N} \setminus \{N+1\}$, и $\zeta_m^l(\mathbf{C}_{N+1})$ с помощью системы (13);
- выбор вектора δ изменения пропускных способностей путём решения задачи (6) с ограничениями (ii) и (iii), где чувствительности $\frac{\partial E_n}{\partial C_n^l}$ интенсивностей дохода вычисляются по формулам (16) и (17).

Шаг 3. Вычисление нового значения вектора пропускных способностей $\mathbf{C}' = \mathbf{C} + \delta$, величины $E(\mathbf{C}')$ интенсивности дохода по формулам (1)–(3); прекращение вычислений по критерию $\frac{|E(\mathbf{C}') - E(\mathbf{C})|}{E(\mathbf{C})} < \varepsilon$.

Рассматривается базовая сеть, состоящая из 8 узлов и 20 звеньев, значения пропускных способностей которых показаны на рис. 1, в узле 3 сети расположен источник услуг мультитивещания. Ресурсы сети необходимо разделить между пятью VPN, т.е. $\mathcal{N} = \{1, \dots, 5\}$, причём одноадресные соединения устанавливаются в VPN $_1$, VPN $_2$, VPN $_3$ и VPN $_4$ между всеми узлами сети по принципу «каждый с каждым», а физические пути мультитивещания в VPN $_5$ определяются множествами звеньев $\tilde{\mathcal{L}}_1 = \{(3, 8), (8, 1)\}$ и $\tilde{\mathcal{L}}_2 = \{(3, 8), (8, 7)\}$. Для одноадресных соединений между каждой парой узлов (u, v) заданы множества $\mathcal{R}(u, v)$ маршрутов из u в v . В рассматриваемом примере использовались маршруты, в которых число промежуточных вершин (переприёмов в транзитных узлах) не более четырёх.

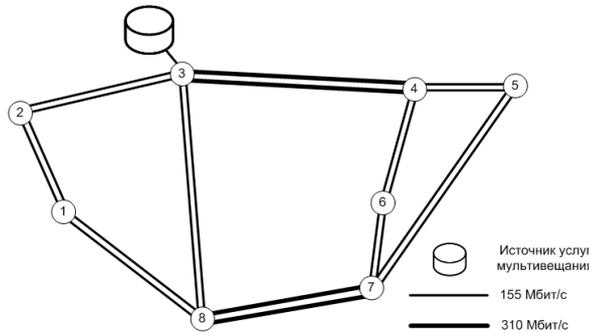


Рис. 1. Структура базовой сети телекоммуникаций

В каждой VPN с одноадресными соединениями предоставляются услуги из множества $\Omega = \{1, \dots, 6\}$, данные о которых представлены в табл. 1, где значение единицы канального ресурса — $\alpha = \text{НОД}(16; 48; 64; 96; 384; 640) = 16$ (кбит/с). Поэтому пропускным способностям звеньев сети 155 Мбит/с и 310 Мбит/с соответствуют значения C^l , равные 9688 и 19375 УЕКР.

Таблица 1

Требования к пропускным способностям услуг в VPN с одноадресными соединениями

Параметры	Услуга, ω					
	1	2	3	4	5	6
Тип передаваемой информации	речь	данные	данные	данные	данные	видео
Требование к пропускной способности (кбит/с)	16	48	64	96	384	640
Требование к пропускной способности, σ_ω (УЕКР)	1	3	4	6	24	40

Таким образом, класс соединения $k \in \mathcal{K}$ задаётся вектором (n, u, v, ω, r) , где n — номер VPN, u — узел-источник, v — узел-адресат, ω — номер услуги, r — маршрут из множества $\mathcal{R}(u, v)$. Если все векторы вида (n, u, v, ω, r) упорядочить и перенумеровать, то порядковые номера составят множество классов соединений, и в рассматриваемом случае $\mathcal{K} = \{1, \dots, 5376\}$. Если соединению k -класса соответствует вектор $(n(k), u(k), v(k), \omega(k), r(k))$, тогда $d_k = \sigma_{\omega(k)}$, $\mathcal{L}_k = r(k)$.

Обозначим $a_{(n,u,v,\omega)}$ предложенную нагрузку ω -услуги в VPN $_n$ в направлении от узла u к узлу v . Для третьей услуги значения $a_{(n,u,v,3)}$ заданы в табл. 2 в виде четырёх матриц, каждая из которых соответствует одной из VPN. Величины предложенных нагрузок для других услуг определяются выражением $a_{n\omega}^{uv} = 0, 5a_{n,3}^{uv}$, $\omega \neq 3$. Нагрузка соединений k -класса определяется путём равномерного разделения нагрузки $a_{(n(k),u(k),v(k),\omega(k))}$ по всем маршрутам из множества $\mathcal{R}(u(k), v(k))$, т.е. $a_k = \frac{a_{(n(k),u(k),v(k),\omega(k))}}{|\mathcal{R}(u(k), v(k))|}$.

Как было отмечено выше, в узле 3 имеется источник услуг мультивещания ($M = 2$), которые предоставляются в VPN $_5$. Требования к пропускной способности двух предоставляемых услуг равны 640 кбит/с, что в модели соответствует величинам $b_1 = b_2 = 40$ УЕКР. Интенсивности предложенных нагрузок для всех (m, p) -путей выбраны равными трём, т.е. $\rho_{11} = \rho_{12} = \rho_{21} = \rho_{22} = 3$.

Величины дохода от соединений выбраны равными соответствующим требованиям к пропускной способности, т.е. $EU_k = d_k$ и $EM_m = b_m$, это означает, что доход зависит от числа «проданных» каналов.

Для приведённых исходных данных, разработанных с помощью примера из [3], произведены расчёты на базе разработанных в статье методов. Процесс поиска решения задачи (4), (i) был остановлен после 50 итераций. Начальное решение определяется следующим образом — вся пропускная способность равномерно делится между VPN с одноадресными соединениями, т.е. $C_n^l = \left[\frac{C^l}{N} \right]$, $n = 1, 2, 3$, $C_4^l = C^l - \sum_{n=1}^3 C_n^l$, $C_5^l = 0$. Для того чтобы показать как меняется разделение ресурсов в процессе поиска решения, введём величину γ_n , $n \in \mathcal{N}$ распределения пропускной способности сети между VPN, которая вычисляется по формуле

$$\gamma_n = \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} C_n^l}{\sum_{l \in \mathcal{L}} C^l} \cdot 100\%, \quad n \in \mathcal{N}. \quad (18)$$

Таблица 2

Интенсивности предложенных нагрузок услуг одноадресных соединений ($\omega = 3$) [3]

									VPN ₁									VPN ₂								
$u \setminus v$	1	2	3	4	5	6	7	8	$u \setminus v$	1	2	3	4	5	6	7	8	$u \setminus v$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	11,8	8	1,2	10,4	5,8	2,3	3,5	1	-	3	8	0,6	5,2	2,9	1,2	1,7	2	-	3	8	0,6	5,2	2,9	1,2	1,7
2	13,8	-	27,6	3,5	35,7	17,3	6,9	10,4	2	3,5	-	27,6	1,7	17,8	8,6	3,5	5,2	3	9,2	28,8	-	4,6	42,6	20,7	8	12,7
3	9,2	28,8	-	2,3	21,3	10,4	4	6,3	3	0,6	1,7	3,5	-	2	1	0,6	0,6	4	0,6	1,7	3,5	-	2	1	0,6	0,6
4	1,2	3,5	1,7	-	2	1	0,6	0,6	4	6,3	19	44,9	2,5	-	11,8	5,2	8,6	5	6,3	19	44,9	2,5	-	11,8	5,2	8,6
5	12,7	37,9	22,4	2,5	-	11,8	5,2	8,6	6	2,9	8	18,4	1	10,4	-	2,3	3,5	7	1,2	2,9	6,9	0,6	4,6	2,3	-	1
6	5,8	16,1	9,2	1	10,4	-	2,3	3,5	7	1,2	2,9	6,9	0,6	4,6	2,3	-	1	8	1,7	4,6	11,5	0,6	6,9	3,5	1	-
7	2,3	5,8	3,5	0,6	4,6	2,3	-	1	8	1,7	4,6	11,5	0,6	6,9	3,5	1	-	8	1,7	4,6	11,5	0,6	6,9	3,5	1	-
8	3,5	9,2	5,8	0,6	6,9	3,5	1	-	8	1,7	4,6	11,5	0,6	6,9	3,5	1	-	8	1,7	4,6	11,5	0,6	6,9	3,5	1	-
									VPN ₃									VPN ₄								
$u \setminus v$	1	2	3	4	5	6	7	8	$u \setminus v$	1	2	3	4	5	6	7	8	$u \setminus v$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	3	4	0,6	5,2	2,9	2,3	3,5	1	-	3	4	1,2	10,4	5,8	1,2	1,7	2	-	3	4	1,2	10,4	5,8	1,2	1,7
2	3,5	-	13,8	1,7	17,8	8,6	6,9	10,4	2	3,5	-	13,8	3,5	35,7	17,3	3,5	5,2	3	4,6	14,4	-	4,6	42,6	20,7	4	6,3
3	4,6	14,4	-	2,3	21,3	10,4	8	12,7	3	4,6	14,4	-	4,6	42,6	20,7	4	6,3	4	1,2	3,5	3,5	-	7,9	3,9	1,2	1,2
4	0,6	1,7	1,7	-	2	1	1,2	1,2	4	1,2	3,5	3,5	-	7,9	3,9	1,2	1,2	5	12,7	37,9	44,9	9,9	-	47,3	10,4	17,3
5	6,3	19	22,4	2,5	-	11,8	10,4	17,3	6	5,8	16,1	18,4	3,9	41,4	-	4,6	6,9	7	1,2	2,9	3,5	1,2	9,2	4,6	-	1
6	2,9	8	9,2	1	10,4	-	4,6	6,9	8	1,2	2,9	3,5	1,2	9,2	4,6	-	1	8	1,7	4,6	5,8	1,2	13,8	6,9	1	-
7	2,3	5,8	6,9	1,2	9,2	4,6	-	3,9	8	1,7	4,6	5,8	1,2	13,8	6,9	3,9	-	8	1,7	4,6	5,8	1,2	13,8	6,9	1	-
8	3,5	9,2	11,5	1,2	13,8	6,9	3,9	-	8	1,7	4,6	5,8	1,2	13,8	6,9	3,9	-	8	1,7	4,6	5,8	1,2	13,8	6,9	1	-

В табл. 3 представлены начальные и итоговые значения γ_n , а также соответствующие значения величины $E(\mathbf{C})$ суммарной интенсивности дохода.

Таблица 3

Распределение пропускной способности сети между VPN

Разделение пропускной способности сети	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	Интенсивность дохода, $E(\mathbf{C})$
Начальное	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%	54231,26
Итоговое	24,73%	24,15%	22,10%	28,91%	0,11%	55823,74

Пусть γ_n^l — доля пропускной способности, выделенной VPN_{*n*} на *l*-звене, т.е. $\gamma_n^l = \frac{C_n^l}{C_n} \cdot 100\%$, $n \in \mathcal{N}$. В табл. 4 видно, как меняются пропускные способности VPN на звене (3, 8), которое входит в дерево мультивещания, и на звене (2, 3), которое используется только одноадресными соединениями.

Таблица 4

Доли пропускной способности звеньев (3,8) и (2,3)

Разделение пропускной способности звена	γ_1^l	γ_2^l	γ_3^l	γ_4^l	γ_5^l
Начальное, (3,8)	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%
Итоговое, (3,8)	26,89%	26,53%	22,82%	22,91%	0,85%
Начальное, (2,3)	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	0,00%
Итоговое, (2,3)	30,20%	23,78%	21,56%	24,45%	0,00%

Из табл. 4 видно, что на звеньях, входящих в дерево мультивещания, VPN₅ получает пропускную способность 82 УЕКР, достаточную для отсутствия блокировок ($\Pi_m^l(\mathbf{C}_{N+1})=0$), однако эта величина больше необходимого значения в $b_1 + b_2 = 80$ УЕКР, что связано с использованием целочисленного шага при изменении значений C_n^l . Данное значение для многоадресных соединений является оптимальным, так как в качестве исходных данных специально были выбраны достаточно большие значения предложенных нагрузок ρ_{mp} . Выделение пропускной способности менее 80 УЕКР приведет к резкому увеличению вероятностей блокировок и существенному снижению суммарного дохода.

На рис. 2 представлен график зависимости суммарной интенсивности дохода от номера итерации при поиске решения задачи (4), (i). Обратим внимание на два интересных эффекта, которые видны на графике. Первый из них — скачки значений интенсивностей дохода на итерациях с номерами 28 и 40, связанные с выделением VPN₅ пропускных способностей более 40 и 80 УЕКР соответственно, при которых происходит резкое снижение вероятностей блокировок многоадресных соединений. Второй эффект — на некоторых участках наблюдается небольшое снижение интенсивности дохода, причиной которого является перераспределение пропускной способности в пользу многоадресных соединений, хотя доход от них не увеличивается. Например, на итерациях с номерами с 30 до 35 VPN₅ получает дополнительную пропускную способность, которая обеспечит рост только при выделении 80 УЕКР, т.е. на итерации 40, но не ранее. Такое поведение связано со способом построения производных функций вероятностей блокировок — хотя вероятность не меняется, производная по построению отлична от нуля.

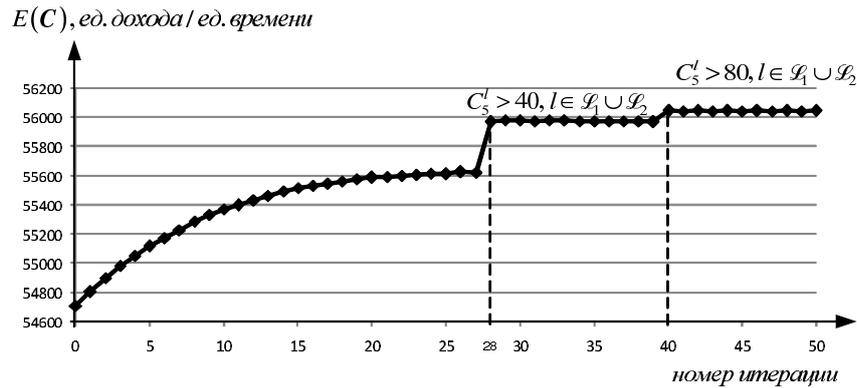


Рис. 2. Изменение суммарной интенсивности дохода при поиске решения задачи разделения ресурсов мультисервисной сети

5. Заключение

В статье сформулирована задача разделения пропускной способности мультисервисной сети между VPN с одноадресными и многоадресными соединениями, для решения которой разработан приближенный метод, основанный на методе поиска возможных направлений Зойтендейка. Формализовано понятие упущенной выгоды и предложен метод ее расчета. Поиск минимума целевой функции основан на вычислении значений чувствительности интенсивности дохода к изменению пропускной способности, которая, в свою очередь, вычисляется с учетом величин упущенных выгод.

Открытым остается ряд вопросов, среди которых оценка точности предложенного метода и анализ его сложности. Также интересной с практической точки зрения является задача разделения ресурсов мультисервисной сети с ограничениями на значения вероятностей блокировок запросов пользователей на установление соединений. Отметим, что в данной статье мы ограничились потоковым трафиком и не рассматривали эластичный трафик, характерный для передачи данных по принципу «best effort». Данная тема также является предметом дальнейших исследований.

Литература

1. Лузгачев М. В., Самуйлов К. Е. Задача маршрутизации трафика на графе сети MPLS с одноадресными соединениями // Вестник РУДН. Серий «Математика. Информатика. Физика». — 2009. — № 1. — С. 23–33.
2. Mitra D., Morrison J. A., Ramakrishnan K. G. ATM Network Design and Optimization: A Multirate Loss Network Framework // IEEE/ACM Transactions on Networking. — 1996. — Vol. 4, No 4.
3. Mitra D., Morrison J. A., Ramakrishnan K. G. Virtual Private Networks: Joint Resource Allocation and Routing Design // Proc. of the 18th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. — 1999. — Pp. 480–490.
4. Luzgachev M., Samouylov K. On the Resource Allocation Problem for a Multiservice Network Link with Unicast and Multicast Connections // Proc. of the International Conference on Ultra Modern Telecommunications. — 2009.
5. Dziong Z., Mason L. An Analysis of Near Optimal Call Admission and Routing Model for Multi-Service Loss Networks // Proc. of INFOCOM'92. — Vol. 1. — 1992. — Pp. 141–152.
6. A New Degree of Freedom in ATM Network Dimensioning: Optimizing the Logical Configuration / A. Farag, S. Blaabjerg, L. Ast et al. // IEEE J. Select. Areas Commun. — 1995. — Vol. 13, No 7. — Pp. 1199–1206.

7. *Kelly F. P.* Fixed Point Models of Loss Networks // J. Austr. Math. Soc., Ser. B. — 1989. — Vol. 31. — Pp. 204–218.
8. *Ross K. W.* Multiservice Loss Models for Broadband Telecommunication Networks. — London: Springer-Verlag, 1995. — 343 p.
9. *Наумов В. А., Самуйлов К. Е., Яркина Н. В.* Теория телетрафика мультисервисных сетей: Монография. — М.: Изд-во РУДН, 2007. — 191 с.
10. Новый этап развития математической теории телетрафика / Г. П. Башарин, К. Е. Самуйлов, Н. В. Яркина, И. А. Гудкова // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 12.
11. *Зойтендейк Г.* Методы возможных направлений. Пер. с англ. С.М. Мовшовича / под ред. Д. Б. Юдин. — М.: Издательство иностранной литературы, 1963. — 176 с.
12. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 509 с.
13. *Глебов Н. И., Кочетов Ю. А., Плясунов А. В.* Методы оптимизации: Учебное пособие. — Новосибирск: Новосибирский университет, 2000. — 104 с.

UDC 519.21, 519.85, 519.87, 621.39

A Method to Solve the Resource Allocation Problem in the Design of Virtual Private Networks with Unicast and Multicast Connections

M. V. Luzgachev, K. E. Samouylov

*Telecommunication Systems Department
Peoples' Friendship University of Russia
6, Miklukho-Maklaya str., Moscow, 117198, Russia*

This paper is concerned with the resource allocation problem in the design of virtual private networks (VPNs) with unicast and multicast connections. The objective is to maximize the total network revenue that depends on blocking probabilities. Requests to set up connections are blocked if there is not enough available bandwidth on links of the infrastructure network, e.g. IP/MPLS (Multiprotocol Label Switching). We develop an approximate method to allocate bandwidth to VPNs based on revenue sensitivities calculation considering the implied costs — expected revenue loss due to capacity reduction when a new unicast or multicast connection is set up.

Key words and phrases: multiservice network, unicast connections, multicast connections, blocking probability, revenue, implied cost, optimization, virtual private network, resource allocation.