

Расчет и проектирование строительных конструкций

ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ (КОМПЬЮТЕРНОЙ) МОДЕЛИ МНОГОРЕБРИСТОГО ПЕРЕКРЫТИЯ

А.С. МАРКОВИЧ, канд. тех. наук, доцент
Российский университет дружбы народов,
115419, г. Москва, Орджоникидзе, д. 3, tuao@yandex.ru

В последние несколько десятков лет метод конечных элементов широко применяется для исследования на ЭВМ напряженно-деформированного состояния, как отдельных строительных конструкций, так и целых зданий, сооружений и комплексов. Как правило, дискретная конечно-элементная модель любого здания или сооружения состоит из набора конечных элементов различных размерностей, которые стыкуются между собой. Неправильная стыковка плохо совместимых конечных элементов ведет к искажению расчетной модели в целом и как следствие к заведомо ошибочным результатам расчета. Данная проблема остро стояла на раннем этапе развития численных методов, актуальна и сегодня. Автор статьи ставит цель вернуться к обсуждению данной проблемы. В качестве объекта исследования рассмотрено монолитное многоребристое перекрытие, для моделирования которого требуется использовать разные типы конечных элементов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: компьютерное моделирование, численные методы, метод конечных элементов, расчетные модели конструкций, многоребристые перекрытия

Аналитические методы расчета многоребристых (кессонных) перекрытий, разработанные в докомпьютерный период, изложены во многих пособиях по железобетонным конструкциям. Эти методы довольно громоздки и применимы только в простых случаях для перекрытий с несложной конфигурацией ребер. Казалось бы, с развитием численных методов расчета, используя весь имеющийся набор конечных элементов (КЭ) [1], особых трудностей при моделировании на ЭВМ подобных конструкций возникать не должно.

Однако как показывает практический опыт, расчетные модели, которыми оперируют расчетчики, выдавая их за адекватные, по своему физическому смыслу в ряде случаев далеки от реальной работы конструкции. Причиной этого является необходимость стыковки в узлах расчетной модели КЭ различной размерности. Этой проблеме посвящено большое количество публикаций [3, 5, 6, 7], а дискуссии о правомерности сочетания тех, или иных КЭ в дискретной расчетной схеме продолжают не один десяток лет.

В настоящей статье автор ставит цель провести анализ расчетных моделей многоребристых перекрытий, используя стандартный набор КЭ. В качестве примера рассмотрено монолитное железобетонное кессонное перекрытие каркасного здания, пролетом 9,2 м (рис. 1). Шаг балок (ребер) и толщина плиты составляют 2 м и 70 мм соответственно. Балки (ребра) сечением 400×300 мм опираются на колонны, имеющие квадратное сечение 400×400 мм. При создании расчетной схемы могут использоваться следующие компьютерные модели перекрытия (рис. 2).

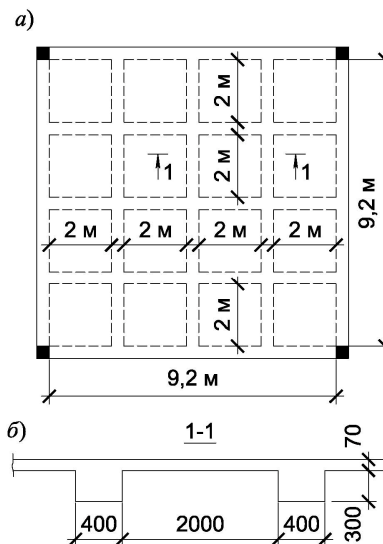


Рис. 1. План перекрытия

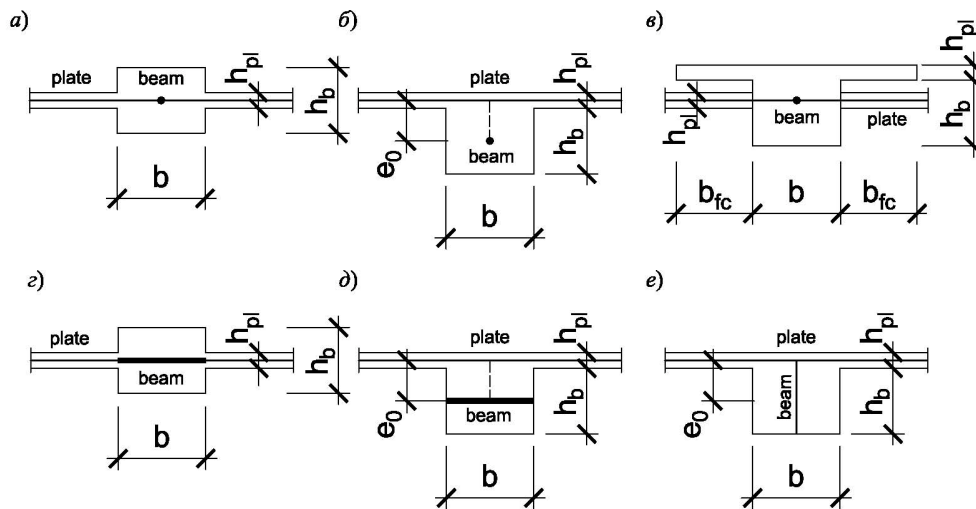


Рис. 2. Распространенные компьютерные модели многоребристого перекрытия

Довольно распространенными являются дискретные модели, в которых плиты перекрытия моделируются двухмерными КЭ элементами пластин или оболочек, а ребра плит – одномерными стержневыми элементами (рис. 2 а, б, в) [2, 4]. Популярность подобных моделей обеспечивается с одной стороны относительной совместимостью двухмерных КЭ пластин, для которых характерна изгибная группа усилий и одномерных КЭ стержней, с другой стороны использование перечисленных КЭ позволяет выполнять отдельный расчет армирования плит и ребер (балок), что с успехом может быть реализовано при помощи модулей автоматизированного расчета арматуры.

Для построения адекватной компьютерной модели необходимо обеспечить совместную работу плиты и ребер (балок), другими словами следует учитывать работу балок (ребер) в части плиты.

Исходя из выше сказанного, очевидно, что геометрическая модель перекрытия, представленная на рис. 2 а, не выдерживает никакой критики.

Для учета эксцентриситета балок относительно середины поверхности плиты в расчетную модель вводят абсолютно жесткие вставки (рис. 2 б). В данном случае введение абсолютно жестких вставок является реализацией гипотезы Кирхгоффа, согласно которой плоские сечения остаются плоскими и в деформированном состоянии элемента. Наличие эксцентриситета балки неизбежно приводит к возникновению в плите мембранной группы усилий, занижающих изгибающие моменты в пролете. Данный факт подтверждается экспериментальными данными о благоприятном влиянии распора. Таким образом, при учете эксцентриситета ребер плиту следует моделировать оболочечными КЭ, способными воспринимать помимо изгибной, также и мембранную группу усилий.

Необходимо отметить, что с одной стороны использование эксцентричного сопряжения балки снимает вопрос учета части плиты (полки) в работе ребра, однако с другой стороны приводит к возникновению в стержневом элементе, моделирующем балку, осевой силы, уравнивающей мембранную группу усилий в плите. По этой причине определяющим внутренним усилием в оценке НДС балки будет являться осевая сила, эксцентрично приложенная относительно нейтральной оси, что не является характерным для балочных ростверков. Таким образом, при использовании автоматизированного модуля подбора арматуры армирование балок (ребер) будет выполнено как для внецентренно-растянутых элементов.

Поскольку при моделировании эксцентриситета ребер вводимые жесткие вставки не учитывают толщину ребра и с учетом того, что в центре тяжести ребер появляются точки сингулярности, свойственные методу КЭ [2], возникает определенная трудность в аппроксимации опорных изгибающих моментов в плите. Если для узких ребер ($b = 1/4 \dots 1/6 h$) этот эффект не оказывает существенного влияния, то при широких ребрах величины моментов на границе ребра и в точке сингулярности могут отличаться в несколько раз. По этой причине достоверный расчет многоребристых перекрытий, особенно с широкими ребрами, на основании геометрической модели, представленной на рис. 2 б весьма затруднителен.

Довольно часто для учета работы ребер в части плиты используется модель (рис 2 в), в которой ребра плиты моделируются стержневыми КЭ таврового сечения. В этой модели центр тяжести стержневого элемента совпадает со срединной поверхностью плиты. С одной стороны использование балок таврового сечения снимает вопрос учета их эксцентриситета, однако с другой стороны неопределенным параметром является ширина свеса полки, которую следует учитывать в работе плиты. В различных методических пособиях ширина свеса полки принимается разной (от 3 до 15 толщин плиты). В виду того, что эксцентриситет ребер равен нулю в плите возникает только изгибная группа усилий, а балки таврового сечения работают на изгиб подобно балочным ростверкам. Применение данной модели позволяет использовать для моделирования плиты двумерные КЭ Клафа (пластины) и одномерные пространственные стержневые КЭ. В этом случае значения изгибающих моментов в пролете плиты получаются большими по сравнению с моделью (рис. 2 б), в которой помимо изгибной возникает еще и мембранная группа усилий в плите.

Необходимо иметь в виду, что при моделировании ребер плиты балками таврового сечения работа балки в части плиты учитывается дважды, а в местах пересечения ребер – трижды (рис. 3), что неизбежным образом приведет к перearмированию плиты.

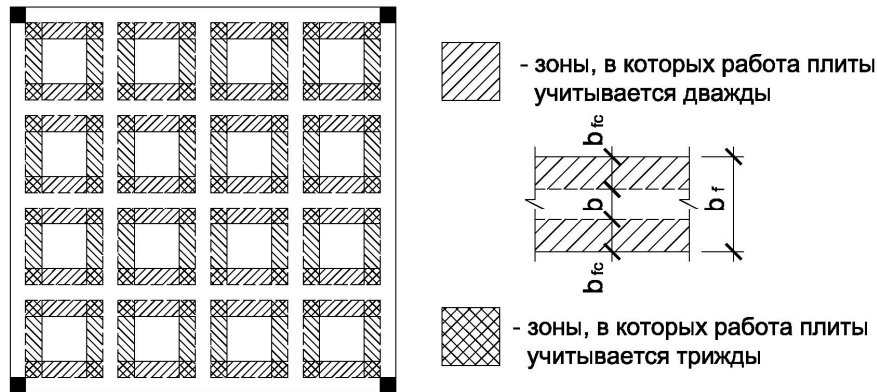


Рис. 3. Учет ширины полки b_{fc} балки таврового сечения

Несмотря на указанные недостатки, неоспоримым достоинством данной модели является простота ее реализации, к тому же автоматизированный расчет армирования не требует выполнения дополнительных операций по приведению к эквивалентной расчетной схеме изгибаемого элемента, как в случае использования жестких вставок для моделирования эксцентриситета балки.

Вполне допустимы расчетные модели (рис. 2 з, д, е), в которых плита и ребра плиты моделируются КЭ пластин или оболочек. Как и в случае со стержневыми элементами влияние эксцентриситета ребер может быть учтено введе-

нием жестких вставок (рис. 3 д). Преимуществом рассматриваемых моделей является возможность моделирования плиты и ребер КЭ одинаковых размерностей, что позволяет избежать проблем со стыковками различных типов КЭ. Однако при использовании пластинчатых КЭ наблюдается разрыв полей напряжений на межэлементных границах, что несколько затрудняет общую оценку НДС, например, на участках с переменной жесткостью. К тому же в таком случае расчет армирования ребер будет выполнен как для плит с расстановкой арматуры на нижних и верхних гранях элемента.

При сложной геометрии ребра плиты могут быть смоделированы КЭ плоского напряженного состояния (рис. 2 е). Однако необходимо считаться с тем, что КЭ плоского напряженного состояния (диафрагмы) не имеют угловых неизвестных, соответствующих углу поворота относительно оси, ортогональной плоскости диафрагмы ($\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0$), поэтому в узлах способны воспринимать

только линейные перемещения $u(x, z)$ и $w(x, z)$.

С целью исключения большинства недостатков, присущих вышеупомянутым моделям, для точного расчета многоребристых перекрытий предлагается использовать более детализированную дискретную модель с использованием абсолютно жестких вставок (рис. 4).

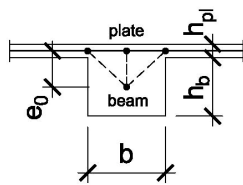


Рис. 4. К учету ширины ребра

Данная модель позволяет учитывать толщину балок (ребер) при вычислении опорных моментов в плите. Для реализации этой модели жесткие вставки следует устанавливать к узлам серединой поверхности плиты с нужным эксцентриситетом, в таком случае обеспечивается неискажаемость сечений ребер в местах соединения с плитой.

Верификационные линейные расчеты показали преимущества данной модели. Податливость опор (колонн) учитывалась введением в расчетную модель одноузловых КЭ, обладающих в вертикальном направлении погонной жесткостью $EA / l = 16 \cdot 10^4$ т/м. Модуль Юнга $E = 3 \cdot 10^6$ т/м². Коэффициент Пуассона $\mu = 0,18$.

Сравнение значений пролетных изгибающих моментов рассматриваемой модели многоребристого перекрытия с приведенными в начале статьи распределенными моделями, показано на рис. 5.

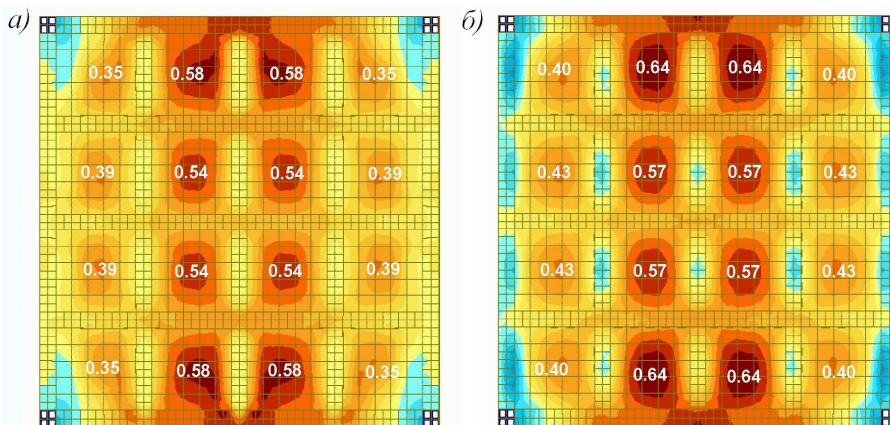


Рис. 5. Изополя изгибающих моментов M_x : а – согласно модели, представленной на рис. 4; б – то же согласно модели, представленной на рис. 2, б

При использовании КЭ модели, учитывающей помимо эксцентриситета еще и ширину ребер (рис. 4), значения пролетных моментов M_x уменьшаются на

5,5% (рис. 5) по сравнению с моделью (рис. 2 б), в которой учитывается только эксцентриситет ребер и – на 25% (рис. 6) по сравнению с моделью (рис. 2 в), в которой ребра плиты моделируются балками таврового сечения при свесе полок равном $b_{fc} = 6h_{pl}$.

В случае моделирования ребер плиты пластинчатыми КЭ на жестких вставках (рис. 2 д) значения пролетных моментов в плите отличаются не более чем на 2% (рис. 7).

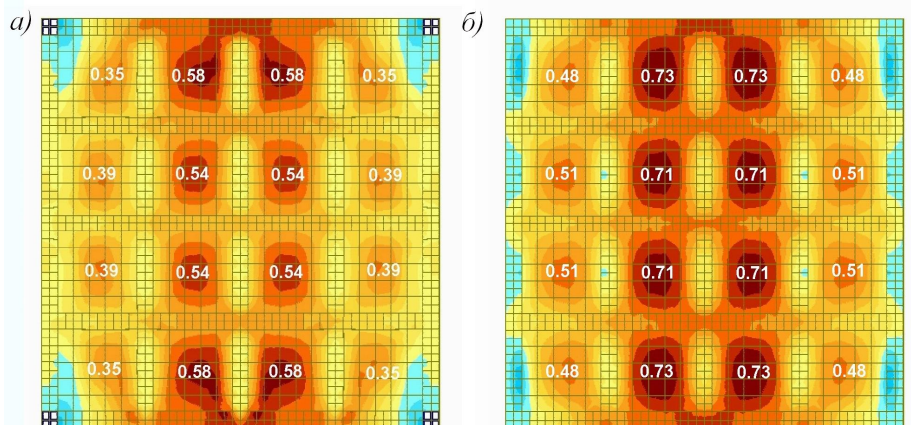


Рис. 6. Изополя изгибающих моментов M_x : а – согласно модели, представленной на рис. 4; б – то же согласно модели, представленной на рис. 2, в

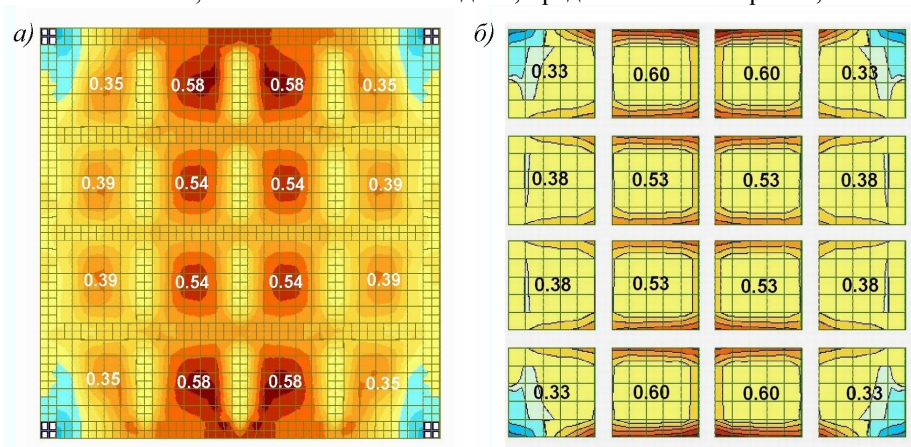


Рис. 7. Изополя изгибающих моментов M_x : а – согласно модели, представленной на рис. 4; б – то же согласно модели, представленной на рис. 2, д

Вывод: Проведенный анализ верификационных расчетов многоребристого перекрытия по нескольким КЭ моделям показал работоспособность предлагаемой модели. В сравнении с вышеупомянутыми моделями (рис. 2) детализированная расчетная модель позволяет получить более точное решение относительно вертикальных перемещений, изгибной и мембранной группы усилий в плите.

Экспериментальные методы определения НДС многоребристых перекрытий, примененные П.Л. Нерви, и обзор аналитических методов расчета, применявшихся в 1950-е годы, описаны в работе [8].

Л и т е р а т у р а

1. Аганов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости конструкций. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Ассоциация строительных вузов, 2004. – 248 с.

2. Городецкий А.С., Евзеров И.Д., Стрелец-Стрелецкий Е.Б., Боговис В.Е., Гензерский Ю.В., Городецкий Д.А. Метод конечных элементов. Теория и численная реализация. – Киев: Факт, 1997. – 140 с.
3. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 600 с., ил.
4. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. – 360 с.
5. Свойский Ф.М. Несовместимые конечные элементы для расчета листовых пространственных конструкций // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – Горький: Изд-во Горьковского университета, 1986. – С. 59-70.
6. Мастаченко В.Н. Об оценке адекватности расчетных и реальных моделей строительных конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. – 1971. – №4. – С. 3-7.
7. Семенов В.А., Семенов П.Ю. Конечные элементы повышенной точности для расчета сложных пространственных систем // Докл. XVI Международной конф. «Математическое моделирование в механике деформируемых тел. Метод граничных и конечных элементов», 23-26 июня 1998 г. Санкт-Петербург. – СПб.: СПбГАСУ, 1998. – Том 1. – С. 68-69.
8. Halpern Allison B., Billington David P., Adriaenssens Sigrid. The ribbed floor slab systems of Pier Luigi Nervi // Proc. of the Int. Assos. for shell and spatial structures (IASS) Symposium 2013 “Beyond the Limits of Man”, 23-27 September, Wroclaw Univ. of Technology, Poland, pp. 1-7.

References

1. Agapov, V.P. (2004). Metod Konechnykh Elementov v Statike, Dinamike i Ustoychivosti Konstruktsiy, 2-e izd., ispr. i dop., Moskva: Assotsiatsiya stroitel'nykh vuzov, 248 p.
2. Gorodetskiy, A.S., Evzerov, I.D., Strelets-Streletskiy, E.B., Bogovis, V.E., Genzerskiy, Yu.V., Gorodetskiy, D.A. (1997). Metod Konechnykh Elementov. Teoriya i Chislennaya Realizatsiya, Kiev: Fakt, 140 p.
3. Perel'muter, A.V., Slivker, V.I. (2007). Raschetnye Modeli Sooruzheniy i Vozmozhnost' Ikh Analiza, Moscow: DMK Press, 600 p., il.
4. Gorodetskiy, A.S., Evzerov, I.D. (2009). Komp'yuternye Modeli Konstruktsiy, Moscow: Izdatel'stvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov, 360 p.
5. Svoyskiy, F.M. (1986). Nesovmestimye konechnye elementy dlya rascheta listovykh prostranstvennykh konstruktsiy, Prikladnye Problemy Prochnosti i Plastichnosti, Gor'kiy: Izd-vo Gor'kov-skogo universiteta, pp. 59-70.
6. Mastachenko, V.N. (1971). Ob otsenke adekvatnosti raschetnykh i real'nykh modeley stroitel'nykh konstruktsiy, Stroitel'naya Mekhanika I Raschet Sooruzheniy, №4, pp. 3-7.
7. Semenov, V.A., Semenov, P.Yu. (1998). Konechnye elementy povyshennoy tochnosti dlya rascheta slozhnykh prostranstvennykh system, Dokl. XVI Mezhdunarodnoy Konf. «Matematicheskoe Modelirovanie v Mekhanike Deformiruemykh Tel. Metod Granichnykh i Konechnykh Elementov», 23-26 iyunya 1998 g., Sankt-Peterburg., SPb.: SPbGASU, T. 1, pp. 68-69.
8. Halpern Allison B., Billington David P., Adriaenssens Sigrid. (2013). The ribbed floor slab systems of Pier Luigi Nervi, Proc. of the Int. Assos. for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2013 “Beyond the Limits of Man”, 23-27 September, Wroclaw Univ. of Technology, Poland, pp. 1-7.

THE PRACTICAL REALIZATION OF A MATHEMATICAL (COMPUTERIZED) MODEL OF A CONCRETE RIBBED SLAB

A.S. Markovich

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow

In the past few decades, the method of final elements was widely used in testing stress-strain state on computer building structures. As a rule, discrete final element's model of any structure consists of the final elements number of different sizes, which are joined to each other. Wrong docking of badly compatible final elements leads to deformation of calculated model generally and as a result to wrong calculation data knowingly. This problem was especially acute in the early stage of development of numerical methods, and it is relevant today. The author of the article intends to return to the discussion of this issue. As the object of study, concrete ribbed slab was considered there, for modeling which required using different types of final elements.

Key words: computer modeling, numerical methods, method of final elements, calculated model analyzing, concrete ribbed slab.