

## Типичные картины геометрии волн-убийц в вычислительных экспериментах

А. В. Юдин

*Кафедра дифференциальных уравнений и математической физики  
Российский университет дружбы народов  
ул. Миклуто-Маклая, д. 6, Москва, 117198, Россия  
Институт морской геологии и геофизики  
Дальневосточного отделения Российской академии наук*

С помощью вычислительных экспериментов рассматривается вопрос о типичном профиле аномально больших поверхностных волн в океане (волн-убийц). Они представляют собой внезапные одиночные волны с амплитудой, более чем в 2 раза превосходящей значительную высоту волн. Внезапность возникновения аномально больших волн в океане определяет серьёзную опасность, которую они представляют для морских судов и сооружений. За последние годы появились неопровержимые доказательства этого явления, такие как инструментальные записи и фотографии. Основным методом изучения феномена волн-убийц в рамках настоящей работы являются вычислительные эксперименты, основанные на полных нелинейных уравнениях гидродинамики идеальной жидкости со свободной поверхностью. Метод конформных переменных, который применяется к исходной системе уравнений, позволяет проводить эффективные и точные вычисления с помощью ЭВМ и вычислительных комплексов. На основании результатов вычислительных экспериментов показано, что при различных параметрах начального волнения большинство наблюдаемых в экспериментах аномально больших волн (около 95%) имеют характерный профиль крутого гребня в течение всего своего жизненного цикла. Остальные волны-убийцы представляют другой тип этого явления — «дыру в море». Также представлены результаты сравнения волн-убийц из вычислительных экспериментов с известными инструментальными записями этого явления — «Новогодняя волна» и др.

**Ключевые слова:** волны на воде, волны-убийцы, гидродинамика идеальной жидкости, вычислительный эксперимент.

### 1. Введение

Волны-убийцы представляют собой внезапные одиночные волны на поверхности океана с амплитудой, более чем в 2 раза превосходящей значительную высоту волн. Хорошо известно, что такие волны могут являться причинами морских катастроф из-за опасного воздействия на морские суда и буровые нефтяные платформы. Как известно, волны-убийцы могут возникать в любой точке мирового океана. Более того, волна-убийца не является чрезвычайно редким событием. Согласно результатам серии экспериментов, проведённых Институтом морской геологии и геофизики ДВО РАН и Специальным конструкторским бюро средств автоматизации морских исследований ДВО РАН в заливе Анива Охотского моря [1], волна-убийца регистрировалась дважды в сутки. Однако в силу объективных причин изучение аномально больших поверхностных волн с помощью натуральных и лабораторных экспериментов затруднено. Поэтому в последнее время для изучения волн-убийц наибольшую актуальность приобретает вычислительный эксперимент. Настоящая работа основана на вычислительных экспериментах по моделированию гидродинамики идеальной жидкости со свободной поверхностью и бесконечно глубоким дном. Для поддержания заданного уровня энергии системы используем накачку, физический смысл которой заключается в силовом воздействии на свободную поверхность, аналогичном ветровому воздействию. Во втором разделе рассмотрены основные динамические уравнения, описывающие волны на воде. Рассмотрено плоское потенциальное течение идеальной

Статья поступила в редакцию 31 мая 2013 г.

Автор благодарит академика РАН В.Е. Захарова и д.ф.-м.н. Р.В. Шамина за внимание и постоянную поддержку работы. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №12-05-33046\_мол\_а\_вед.

жидкости с бесконечно глубоким дном. В третьем разделе приведены постановки вычислительных экспериментов, по результатам которых будет сделан вывод о типичных профилях волн-убийц в вычислительных экспериментах. Четвёртый раздел посвящён описанию типичных картин геометрии волн-убийц в вычислительных экспериментах.

## 2. Уравнения в конформных переменных, описывающие волны на воде

В настоящей работе моделирование волн-убийц основано на численном решении уравнений, описывающих нестационарное течение идеальной жидкости в двумерной геометрии со свободной поверхностью и бесконечно глубоким дном. Как отмечается в литературе [2], рассмотрение плоских волн при моделировании волн-убийц является допустимым. Отмечено также, что наиболее опасные аномально большие волны возникают в нелинейной динамике длинных и плоских волн зыби. Ипервые аналогичные переменные рассматривались в работах [4] и [5]. Моделирование аномально больших волн на основе уравнений в конформных переменных проводилось в работах А.И. Дьяченко и В.Е. Захарова [6], Р.В. Шамина и В.Е. Захарова [7, 8]. Д.В. Чаликова (например, [9]), В.П. Рубана [10]. Пусть идеальная жидкость занимает бесконечную область в переменных  $(x, y)$ , ограниченную криволинейной границей. Введена комплексная плоскость  $z = x + iy$ . Эту область можно (по теореме Римана) конформно отобразить на нижнюю полуплоскость с переменными  $w = u + iv$ . Обратное конформное отображение выражается аналитической функцией  $z = z(t, w)$ .

Эта функция является также функцией времени  $t$ , поскольку рассматривается нестационарная задача. Зная функцию  $z(t, u)$ , можно восстановить профиль свободной поверхности. Для описания потенциального течения идеальной жидкости необходимо также знать потенциал скоростей. Поскольку потенциал является гармонической функцией, то все его значения могут быть описаны значением этого потенциала лишь на границе области. Пусть  $\psi(t, x)$  — значение потенциала скоростей на свободной поверхности. Соответственно, через  $\Phi(t, z)$  обозначим аналитическую в нижней полуплоскости функцию такую, что  $\text{Re } \Phi(t, x) = \psi(t, x)$ .

Будем рассматривать функцию  $\Pi(t, w) = \Phi(t, z(t, w))$ , которая также будет аналитической в нижней полуплоскости. Теперь введём новые переменные:

$$R(t, w) = \frac{1}{z'(t, w)}, \quad V = i \frac{\Pi'(t, w)}{z'(t, w)}.$$

Здесь и далее штрихом обозначена производная по переменной  $w$ . Точкой будет обозначена производная по времени  $t$ . Вычислительные эксперименты, рассматриваемые в настоящей работе, основаны на следующих уравнениях:

$$\begin{aligned} \dot{R}(t, u) &= i(U(t, u)R'(t, u) - U'(t, u)R(t, u)) - \alpha R''''', \\ \dot{V}(t, u) &= i(U(t, u)V'(t, u) - V'(t, u)R(t, u)) + g(R(t, u) - 1) - \alpha V''''', \\ F &= F_w \cdot \left| \frac{dy}{dx} \right|, \end{aligned}$$

где  $F_w$  — положительный коэффициент накачки (подбирается эмпирически),  $\alpha$  — положительный коэффициент диссипации, имеющий порядок  $10^{-9}$ ,  $g$  — ускорение свободного падения.

Функции  $U$  и  $V$  вычисляются по формулам:

$$U = P(V\bar{R} + \bar{V}R), \quad B = P(V\bar{V}),$$

где  $P$  — оператор проектирования на нижнюю полуплоскость:

$$P = \frac{1}{2}(I + iH),$$

$H$  — аналог оператора Гильберта для периодического случая

$$H[f](u) = \frac{1}{2\pi} v.p. \int_0^{2\pi} \frac{f(u')}{\tan(\frac{u'-u}{2})} du'.$$

Граничные условия принимаются  $2\pi$  периодическими по горизонтальной переменной. Слагаемое  $F$  в конформных уравнениях соответствует накачке, которая включается только в случае падения энергии системы ниже заданного уровня. Накачка представляет собой поверхностную силу, пропорциональную наклону профиля волны. В определённом смысле такая накачка соответствует ветровому воздействию на свободную поверхность.

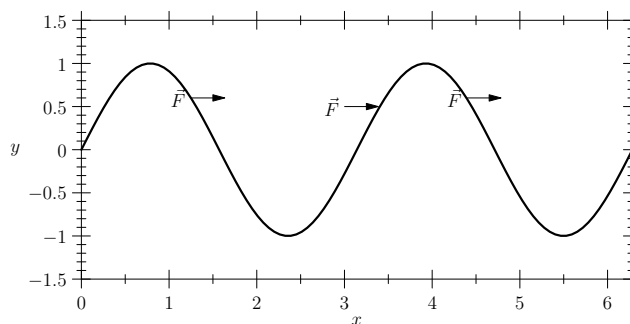


Рис. 1. Действие силы  $\vec{F}$

Операторы с четвёртыми производными в уравнениях соответствуют диссипации, которая становится значимой лишь в случае обрушения волн, что предотвращает преждевременную остановку эксперимента. Физически эта диссипация учитывает возможность обрушения волн. Использование в уравнениях диссипации и накачки в таком виде позволило проводить вычислительные эксперименты на больших временных интервалах и не останавливать их при возникновении anomalously больших волн. Математическая корректность уравнений в конформных переменных была установлена в цикле работ Р.В. Шамина [11–13]. В этих работах были установлены существование и единственность решений представленных уравнений, предложены эффективные численные методы и доказана их сходимость.

### 3. Постановка вычислительных экспериментов

Начальное возмущение поверхности в вычислительных экспериментах определялось как ансамбль бегущих в одну сторону волн со средним значением волнового числа  $K = K_0$ . Предполагалось, что начальное возмущение поверхности задаётся суммой гармоник со случайными фазами

$$\eta(x, 0) = \sum_{-\frac{1}{2}K_{\max}}^{\frac{1}{2}K_{\max}} \varphi(k - K_0) \cos(kx - \xi_k).$$

Здесь  $K_{\max}$  — полное число спектральных мод,  $\xi_k$  — случайная величина, равномерно распределённая на интервале  $-\frac{1}{2}K_{\max} < k < \frac{1}{2}K_{\max}$ .

Параметры спектра подбирались так, чтобы квадрат средней крутизны

$$\mu^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \eta_x^2 dx$$

и дисперсия

$$D = \left( \int_{-K_w}^{K_w} k^2 e^{-\alpha k^2} dk \right) \left( \int_{-K_w}^{K_w} e^{-\alpha k^2} dk \right)^{-1}$$

принимали заданные значения.

Среднее количество отдельных волн в начальном профиле волновой поверхности равнялось 50 и 100. Квадрат средней крутизны принимал значения

$$\mu^2 = 2.06 \cdot 10^{-3}; 3.08 \cdot 10^{-3}; 4.10 \cdot 10^{-3},$$

дисперсия принимала значения

$$K = 50 : D \in \{10; 20; 30; 40\};$$

$$K = 100 : D \in \{20; 40; 60; 80\}.$$

Для каждой тройки  $\{K, \mu^2, D\}$  было проведено по 30 однотипных экспериментов. Время каждого эксперимента соответствовало примерно 2500–5230 периодам волн.

В проведённых вычислительных экспериментах аномально большая волна регистрировалась с помощью амплитудного критерия:

$$\nu(t^*) = \frac{H_{\max}(t^*)}{\overline{H}_s(t^*)} \geq 2.1,$$

где  $H_{\max}(t)$  – максимальная высота волнения в момент времени  $t$ ;  $\overline{H}_s(t)$  – усреднённая значительная высота волнения в момент времени  $t$ , т.е.

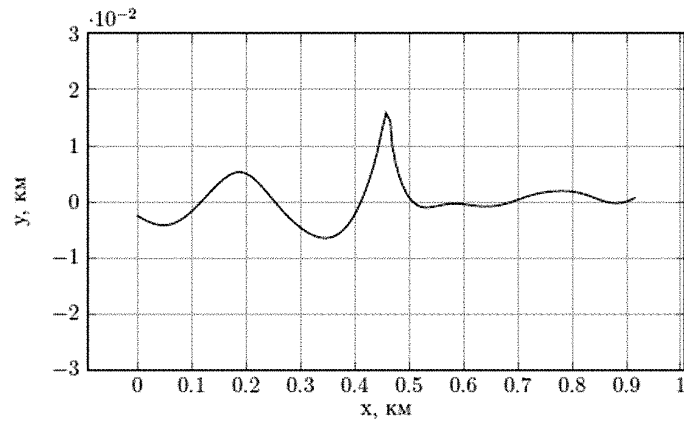
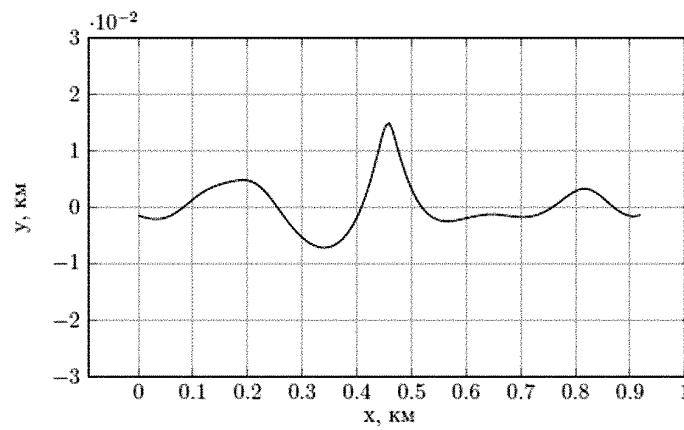
$$\overline{H}_s(t) = \frac{1}{t} \int_0^t H_s(\tau) d\tau.$$

Здесь  $H_s(\tau)$  – значительная высота волнения в момент времени  $\tau$ . Таким образом, усреднённая значительная высота волнения учитывает информацию о характерных высотах волн за весь период проведения вычислительного эксперимента. Это усреднение позволяет нивелировать вклад самой аномальной волны при расчёте значительной высоты волнения. Пороговое значение  $\nu(t^*)$ , равное 2.1, является традиционным в литературе о волнах-убийцах (например, [2]).

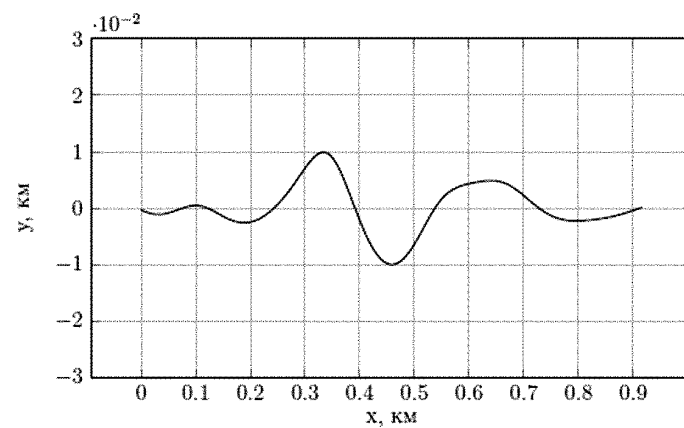
#### 4. Характерные профили волн-убийц в вычислительных экспериментах

По результатам большой серии вычислительных экспериментов с различными параметрами начальных данных установлено, что большинство наблюдаемых в экспериментах аномально больших волн (около 95%) имеют характерный профиль крутого гребня в течение всего своего жизненного цикла.

На рис. 2–3 представлены имеющие вид крутого гребня профили волн-убийц из различных вычислительных экспериментов с указанием параметра  $\nu$  и крутизны  $\mu$ .

**Рис. 2.**  $\nu = 2.12, \mu = 0.35$ .**Рис. 3.**  $\nu = 2.15, \mu = 0.39$ .

Небольшая часть (около 5%) anomalно больших волн в течение своего жизненного цикла принимают форму то глубокой впадины — «дыры в море», то гребня с большой крутизной. Типичные «дыры» из вычислительных экспериментов представлены на рис. 4–5.

**Рис. 4.**  $\nu = 2.1, \mu = 0.3$ .

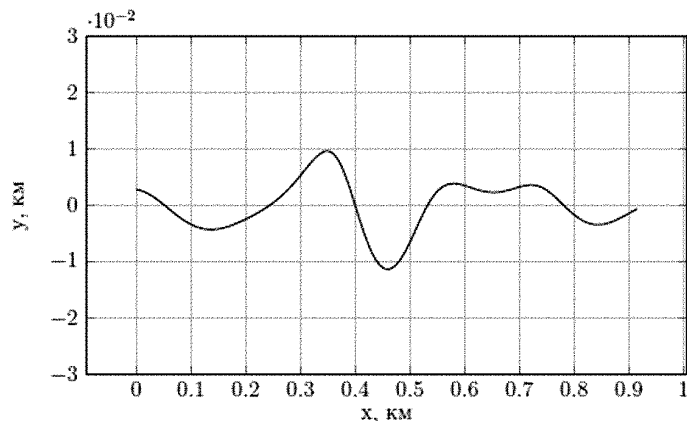


Рис. 5.  $\nu = 2.16, \mu = 0.31$ .

Необходимо отметить сходство в изображении полученных в эксперименте anomalно больших волн с инструментальными записями anomalных волн в океане. Наиболее известной anomalно большой волной, волной-убийцей, является зарегистрированная 1 января 1995 года в Северном море «Новогодняя волна» высотой 26 метров и крутизной  $\mu = 0.37$ . Волнограмма этой волны [2] приведена на рис. 6. Инструментальная запись Новогодней волны имеет много общего с anomalной волной, обнаруженной по волнограмме вычислительного эксперимента (рис. 7).

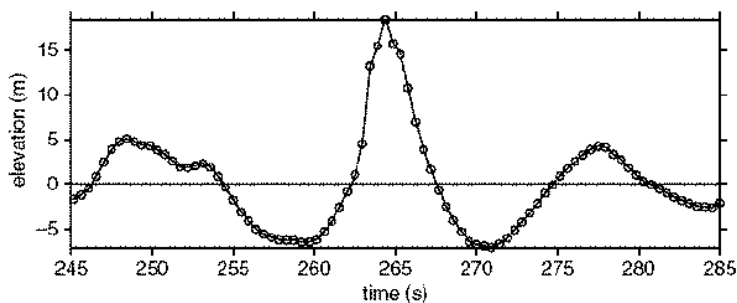


Рис. 6. Подробная волнограмма Новогодней волны [2]

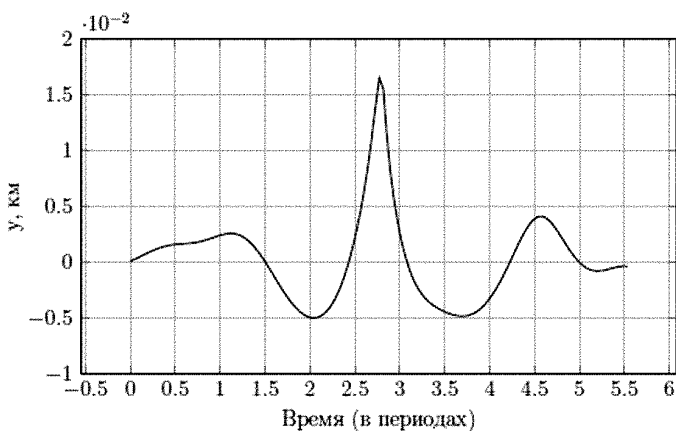


Рис. 7. Волнограмма из вычислительного эксперимента

Другая инструментальная запись аномальной волны в Северном море, представленная в работе [2] (см. рис. 8), представляет собой «дыру в море» и также имеет много общего с «дырами» из волнограмм вычислительного эксперимента (рис. 9).

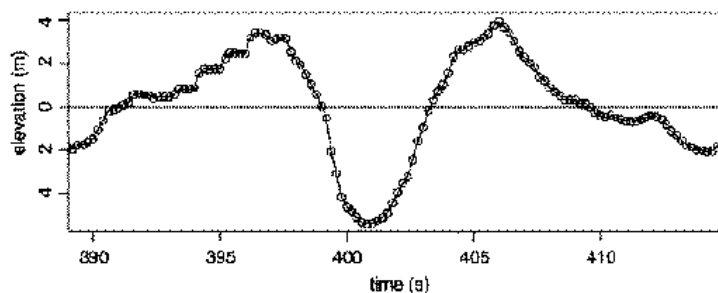


Рис. 8. Волнограмма «дыры в море» из работы [2].

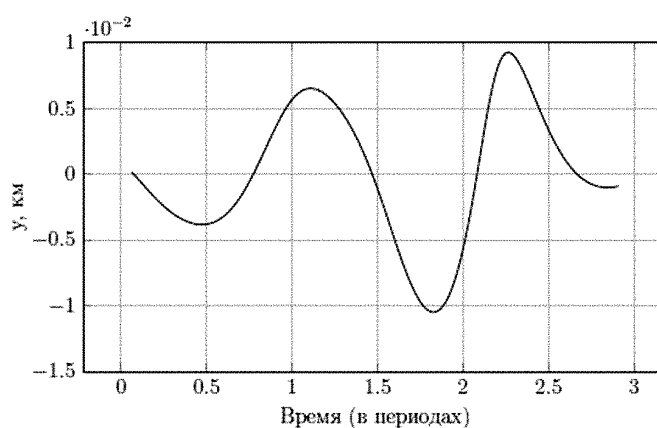


Рис. 9. Волнограмма «дыры в море» из вычислительного эксперимента

Проведённый анализ профилей аномально больших поверхностных волн позволяет сделать вывод о внешнем сходстве таких волн. Показано, что около 95% аномально больших волн имеют характерный профиль крутого гребня на протяжении всего жизненного цикла. Остальные 5% составляют аномально большие волны, которые на протяжении жизненного цикла представляют собой то гребень, то впаду.

Также было проведено сравнение некоторых известных инструментальных записей аномально больших волн с профилями аномально больших волн, полученных в результате анализа волнограмм вычислительных экспериментов. Между такими волнами также установлено внешнее сходство.

## 5. Заключение

В настоящем кратком обзоре рассмотрены методы моделирования волн на воде, которые были использованы для изучения типичных картин геометрии волн-убийц в океане. Показано, что примерно 95% аномально больших волн на протяжении всего жизненного цикла имеют форму крутого гребня.

## Литература

1. *Зайцев А. И., Малашенко А. Е., Пелиновский Е. Н.* Аномально большие волны вблизи южного побережья о. Сахалин // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. — 2011. — Т. 4, № 4. — С. 35–42. [Zaytsev A. I., Malashenko A. E. Pelinovsky E. N. Abnormally Large Waves Near the Southern Coast of Sakhalin Island // *Fundamental and Applied Hydrophysics*. — 2011.— Vol. 4, No 4. — P. 35–42. ]
2. *Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A.* Rogue Waves in the Ocean. — Springer, 2009. — P. 216.
3. *Zakharov V. E., Dyachenko A. I., Vasilyev O. A.* New Method for Numerical Simulation of a Nonstationary Potential Flow of Incompressible Fluid with a Free Surface // *Eur. J. Mech. B Fluids*. — 2002. — Vol. 21. — Pp. 283–291.
4. *Овсянников Л. В.* К обоснованию теории мелкой воды. Динамика сплошной среды: сб. науч. тр. — Новосибирск: Акад. наук СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики, 1973. — С. 104–125. [Ovsyannikov L. V. On the Proof of the Shallow Water Theory. The Dynamics of a Continuous Medium. — Novosibirsk: The USSR Academy of Science, Siberian Branch, Hydrodynamics Institute, 1973. — P. 104–125. ]
5. *Whitney J. C.* The Numerical Solution of Unsteady Free-Surface Flows by Conformal Mapping. In: Proc. Second Inter. Conf. on Numer. Fluid Dynamics. — Springer-Verlag, 1971. — Pp. 458–462.
6. *Dyachenko A. I., Zakharov V. E.* On the Formation of Freak Waves on the Surface of Deep Water // *JETP Letters*. — 2008. — Vol. 88, No 5. — Pp. 356–359.
7. *Захаров В. Е., Шамин Р. В.* О вероятности возникновения волн-убийц // *Письма в ЖЭТФ*. — 2010. — Т. 91. — С. 68–71. [Zakharov V. E., Shamin R. V. On Probability of Occurrence of Rogue Waves // *JETP Letters*. — 2010.— Vol. 91. — P. 68–71. ]
8. *Захаров В. Е., Шамин Р. В.* Статистика волн-убийц в вычислительных экспериментах // *Письма в ЖЭТФ*. — 2012. — Т. 96. — С. 68–71. [Zakharov V. E., Shamin R. V. The Statistics of Rogue Waves in Computing Experiments // *JETP Letters*. — 2012.— Vol. 96. — P. 68–71. ]
9. *Chalikov D.* Freak Waves: Their Occurrence and Probability // *Phys. Fluids*. — 2009. — Vol. 21. — Pp. 076602–1–076602–18.
10. *Рубан В. П.* Гигантские волны в слабо-скрещенных состояниях морской поверхности // *ЖЭТФ*. — 2010. — Т. 137(3). — С. 599–607. [Rubav V. P. Gigantic Waves in Weakly-Crossed States of the Sea Surface // *JETP*. — 2010.— Vol. 137(3). — P. 599–607. ]
11. *Шамин Р. В.* Описание динамики волн на воде на основе дифференциальных включений // *Доклады Академии наук*. — 2011. — Т. 438, № 4. — С. 453–455. [Shamin R. V. Description of Dynamics of Water Waves on the Basis of Differential Inclusions // *DAN*. — 2011.— Vol. 438, No. 4 — P. 453–455. ]
12. *Шамин Р. В.* Поверхностные волны на воде минимальной гладкости // *Современная математика. Фундаментальные направления*. — 2010. — Т. 35. — С. 126–140. [Shamin R. V. The Surface Water Waves with Minimal Smoothness // *Contemporary Mathematics. Fundamental Directions*. — 2010.— Vol. 35. — P. 126–140. ]
13. *Шамин Р. В.* Динамика идеальной жидкости со свободной поверхностью в конформных переменных // *Современная математика. Фундаментальные направления*. — 2008. — Т. 28. — С. 3–114. [Shamin R. V. The Dynamics of Ideal Liquid in Conformal Variables // *Contemporary Mathematics. Fundamental Directions*. — 2008.— Vol. 28. — P. 3–114. ]



UDC 532.5

## The Typical Pictures of the Rogue Waves Geometry in Computational Experiments

A. V. Yudin

*Department of Differential Equations and Mathematical Physics  
Peoples' Friendship University of Russia  
117198, Moscow Miklukho-Maklaya str. 6  
The Institute of Marine Geology and Geophysics FEB RAS*

We consider typical pictures of geometry of rogue waves in computational experiments. They are sudden and single waves with amplitude of more than 2 times larger significant wave height. The suddenness of the occurrence of abnormally large waves in the ocean defines serious danger that they pose to ships and marine buildings. Now we have incontrovertible evidence of this phenomenon such as the instrumental recordings and photographs. The main method of studying the phenomenon of rogue waves in our work is computational experiment which is based on the full nonlinear equations of hydrodynamics of ideal liquid with free surface. We apply the method of conformal variables to the original system of equations. This method allows to do efficient and accurate calculations using computers. It is shown that in the computational experiments with different initial parameters we observed that the majority of rogue waves (about 95%) have a characteristic profile of steep ridge throughout its life cycle. Other rogue waves represent another type of this phenomenon — “hole into the sea”. Also we present the results of comparison of rogue waves from computational experiments with well-known instrumental recordings “New Year wave”, etc.

**Key words and phrases:** water waves, rogue waves, computational experiment, hydrodynamics of ideal liquid.