
ВЗАИМОСВЯЗЬ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ КАК ИСТОЧНИК ПОЗНАНИЯ ПРИРОДЫ

Ю.П. Рыбаков

Российский университет дружбы народов

Обсуждаются некоторые особенности построения физических теорий, исходящего из ряда фундаментальных принципов, таких как: метод аналогий, принцип устойчивости и принцип соответствия.

Ключевые слова: полевая парадигма, топологические солитоны, взаимосвязь физики и математики.

Введение

О существенном различии и вместе с тем сходстве физических и математических подходов к описанию наблюдаемых фактов говорилось неоднократно [1–3]. Физики выдвигают гипотезы о справедливости тех или иных закономерностей в природе, опираясь как на предыдущий опыт, так и на интуитивные представления об объекте исследования и зачастую не заботясь об их строгом обосновании. Главное для них – получить результат, который можно проверить на опыте. Напротив, математики дополнительно требуют непротиворечивости от разрабатываемых ими абстрактных структур, надеваемых рядом формальных признаков (которые, при удачном совпадении, могли бы обнаружиться у реальных объектов).

Гипотезы о справедливости тех или иных закономерностей обычно опираются лишь на весьма ограниченный арсенал известных фактов, и достижением науки безусловно является подтверждение найденных законов во всё новых наблюдениях. Именно эту особенность математики и имел в виду Вигнер [4], говоря о «непостижимой эффективности математики в естественных науках», когда на основе небольшого числа проверенных фактов удается подметить нечто общее, справедливое для гораздо более широкого класса явлений.

При этом следует иметь в виду, что каждая из нескольких предлагаемых теорий может быть верной лишь в своей ограниченной области применимости. Поэтому возникает потребность в построении теорий (моделей), охватывающих все допустимые области. Хорошо известным примером такой ситуации явилось создание теории относительности и квантовой теории, последовательное объединение которых является одной из ключевых проблем современной физики. Искусство обобщения, позволяющее нащупать новый подход, и составляет главную особенность и физики, и математики [5].

В данной статье мы остановимся на обсуждении некоторых принципов, соблюдение которых может помочь в реализации вышеупомянутых программ.

Критерии отбора физических моделей

1. Метод аналогий как основа теории познания

Как отмечал А. Пуанкаре [2], любое обобщение теории так или иначе опирается на *аналогию*, на сходство изучаемого явления с какими-то другими ранее изученными. Это обстоятельство оказывается справедливым как в физике, так и в математике.

Хорошо известно, что Шрёдингер при выводе своего квантового уравнения исходил из *оптико-механической аналогии*, отождествлявшей траекторию частицы и световой луч в приближении геометрической оптики [6].

Обобщая этот подход на случай волновой оптики, Шрёдингер выписывает волновое уравнение сначала в стационарном случае. При этом он опирается на соотношения Планка – де Бройля для волнового пакета, связанного с электроном:

$$E = \hbar \omega, \quad p = \hbar k,$$

где волновое число $k = |k|$ считается локальной функцией координаты r и выражается через энергию частицы E и потенциал $V(r)$, связанные законом сохранения энергии:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(r).$$

Пример эффективности метода аналогий в математике – создание тензорного исчисления. Здесь используется аналогия с кинематикой точки, когда вектор скорости

$$u^i = dx^i / dt$$

вводится как объект, преобразование которого при замене переменных аналогично преобразованию дифференциала dx^i . При этом тензор преобразуется как произведение дифференциалов координат [7].

2. Принцип устойчивости и топологические солитоны

Одним из важных критериев отбора физических теорий является *принцип устойчивости*, которую можно понимать, например, в смысле А.М. Ля-

пунова, то есть как устойчивость по отношению к начальным возмущениям [8]. Если следовать полевой парадигме Ми–Эйнштейна [9–11], в основе которой лежит представление о частицах как сгустках некоторого материального поля, подчиняющегося нелинейным уравнениям, то принцип устойчивости приводит к необходимости введения 16-спиноров Ψ как фундаментального поля. Оказалось, что в этом случае справедливо тождество, полученное итальянским геометром Ф. Бриоски для некоторых билинейных конструкций из 8-полуспиноров [12].

Выяснилось также, что если принять принцип спонтанного нарушения симметрии при специальном подборе потенциала Хиггса, зависящего от токов Дирака [11] $J_\mu = \bar{\Psi} \Gamma_\mu \Psi$, построенных из 16-спиноров Ψ , то в рамках соответствующей спинорной модели существуют стабильные солитонные конфигурации, наделенные нетривиальными топологическими инвариантами (зарядами).

При этом возможны топологические солитоны, наделенные барионным зарядом, рассматриваемым как степень отображения

$$B = \text{deg} (S^3 \rightarrow S^3),$$

а также существуют топологические солитоны, наделенные лептонным зарядом – индексом Хопфа, отвечающим гомотопической группе

$$\pi_3 (S^3 \rightarrow S^2).$$

Предлагаемая 16-спинорная модель позволяет рассматривать частицы как стабильные сгустки некоторых фундаментальных полей, включая поле Янга–Миллса и электромагнитное поле. Последние выступают как калибровочные поля.

Наконец, в рамках указанного подхода можно учесть взаимодействие с гравитационным полем и построить специальное стохастическое представление волновой функции [13–15], что обеспечивает выполнение принципа соответствия с квантовой механикой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 1. Современная наука о природе. Законы механики. – М.: Мир, 1965.
2. Пуанкаре А. О науке. – М.: Наука, 1983.
3. Арнольд В.И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук. – М.: Наука, 1989.
4. Вигнер Е. Этюды о симметрии. – М.: Мир, 1971.
5. Вейль Г. Математическое мышление. – М.: Наука, 1989.
6. Спасский Б.И. История физики. Часть вторая. – М.: Изд-во МГУ, 1964.
7. Рашиевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967.

8. *Четаев Н.Г.* Устойчивость движения. Работы по аналитической механике. – М.: Изд-во АН СССР, 1962.
9. *Mie G.* Grundlagen einer Theorie der Materie // Ann. d. Physik. – 1912. – В. 39. – Heft 1. – S. 1–40.
10. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. – Т. 2. – М.: Наука, 1966.
11. *Рыбаков Ю.П.* Полевая парадигма Ми–Эйнштейна и физика частиц // Метафизика. 2018. – № 2 (28). – С. 54–58.
12. *Карпан Э.* Теория спиноров. – Волгоград: Платон, 1997.
13. *Rybakov Yu.P.* Topological solitons in the Skyrme – Faddeev spinor model and quantum mechanics // Gravitation and Cosmology, 2016. – Vol. 22. – № 2. – P. 179–186.
14. *Рыбаков Ю.П.* Солитоны и квантовая механика // Динамика сложных систем, 2009. – № 4. – Т. 3. – С. 3–15.
15. *Rybakov Yu.P.* La théorie statistique des champs et de la mécanique quantique // Annales de la Fondation Louis de Broglie, 1977. – Vol. 2. – № 3. – P. 181–203.

INTERRELATIONSHIP BETWEEN PHYSICS AND MATHEMATICS AS THE SOURCE OF NATURE COGNITION

Yu.P. Rybakov

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)

We discuss some peculiarities of constructing physical theories based on some fundamental principles such as: method of analogies, stability principle and correspondence principle.

Keywords: field paradigm, topological solitons, interrelationship between physics and mathematics.