

## Механика жидкости и газа

### **СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ**

Ф.В. РЕКАЧ, канд. техн. наук, доцент  
Российский университет дружбы народов,  
117198, Москва, ГСП – 6, ул. Миклухо-Маклая, 6

*В статье анализируются точные методы расчета неустановившегося движения жидкости в напорных трубопроводах со средствами защиты.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** стабилизатор давления, неустановившееся движение жидкости, цилиндрическая оболочка.

В качестве одного из эффективных средств гашения волновых процессов в трубопроводных системах рассматриваются стабилизаторы давления (СД). Принцип их работы основан на распределенном по длине трубопровода диссипативном и упругодемпфирующем воздействии на пульсирующий поток перекачиваемой среды. Наибольший эффект гашения достигается при диссипации энергии пульсаций на перфорационных отверстиях, равномерно распределенных по длине стабилизатора, а также вследствие демпфирования, обусловленного податливостью упругих элементов стабилизатора. Отличительная особенность стабилизаторов давления заключается в том, что они не нарушают форму трубопровода и имеют минимальные гидравлические сопротивления.

Стабилизатор работает следующим образом. При распространении волны повышенного давления (рис. 1) происходит перетекание транспортируемой среды через отверстия 2 из трубопровода 1 в демпфирующую камеру 3, упругий элемент при этом сжимается. При понижении давления (рис. 2) упругий элемент увеличивается в объеме, заполняя свободное пространство демпфирующей камеры, часть заполняющей ее среды вновь перетекает в трубопровод 1, обеспечивая сглаживание провала давления. Гашение пульсаций осуществляется также за счет дросселирования среды через перфорационные отверстия 2. При большой суммарной податливости упругих камер и оптимальном варианте суммарной площади перфорации можно добиться максимального уменьшения

амплитуд гидроудара и вынужденных колебаний. Дополнительный эффект гашения обеспечивается при расширении потока в коллекторах стабилизатора.

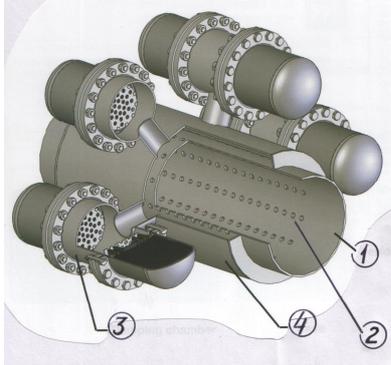


Рис. 1

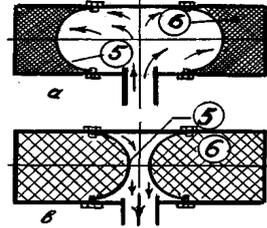


Рис. 2

Среди точных методов наиболее рациональными с точки зрения простоты, точности и легкости задания исходных данных являются методы Д`Аламбера и Лапласа.

Метод Д`Аламбера. Неустановившееся движение несжимаемой жидкости в трубопроводе без учета трения (после преобразований) описывается уравнениями движения и неразрывности следующего вида [1]:

$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial t^2},$$
(1)

где  $p(x,t)$  – давление в трубопроводе  $[н/м^2]$ ,  $Q$  – расход жидкости в магистрали  $[м^3/с]$ ,  $F$  – площадь поперечного сечения магистрали  $[м^2]$ ,  $c$  – скорость распространения волн давления  $[м/с]$ ,  $\rho$  – плотность жидкости  $[кг/м^3]$ .

Идея метода Д`Аламбера состоит в представлении неустановившегося движения жидкости на  $i$ -ом участке в виде прямой и обратной волн, при этом общее решение системы (1) для участка  $x_i = l_{i-1} \div l_i$  записывается в виде:

$$Q_i(x_i,t) = -\frac{F}{\rho} \cdot \left[ f_i \left( t - \frac{x_i}{c} \right) + g_i \left( t + \frac{x_i}{c} \right) \right],$$

$$p_i(x_i,t) = -c \cdot \left[ f_i \left( t - \frac{x_i}{c} \right) - g_i \left( t + \frac{x_i}{c} \right) \right],$$
(2)

Затем учитываются граничные условия и производится «сшивка» участков. Этим методом решались задачи на вынужденные колебания со стабилизатором давления [4].

Метод Лапласа. Система уравнений, описывающая движение жидкости в трубопроводе со стабилизатором, считая жидкость несжимаемой средой  $\rho = const$ , имеет вид [3]:

$$\frac{\partial p_I(x,t)}{\partial x} = -\rho \cdot \left[ \frac{\partial v_I(x,t)}{\partial t} + 2av_I(x,t) \right],$$
(3)

$$\frac{\partial p_I(x,t)}{\partial t} = -\rho c_T^2 \frac{\partial v_I(x,t)}{\partial x},$$
(4)

$$\frac{\partial p_{II}(x,t)}{\partial x} = -\rho \cdot \left[ \frac{\partial v_{II}(x,t)}{\partial t} + 2av_{II}(x,t) \right], \quad (5)$$

$$\frac{\partial p_{II}(x,t)}{\partial t} = -\rho c_T^2 \frac{\partial v_{II}(x,t)}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial p_{III}}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v_{III}}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\frac{4}{d_{III}} v_{nep} + \frac{\partial v_{III}}{\partial x} = 0, \quad (8) \quad \frac{\partial p_{ПК}}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v_{ПК}}{\partial t}, \quad (9)$$

$$\frac{\pi d_{III}}{f_{ПК}} v_{nep} - \frac{\partial v_{ПК}}{\partial x} = 0, \quad (10) \quad \frac{\partial p_K}{\partial x} = -\rho \cdot \frac{\partial v_K}{\partial t}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial p_K}{\partial t} = -\rho c_K^2 \cdot \frac{\partial v_K}{\partial x}, \quad (12)$$

$$p_{III} - p_{ПК} = A v_{nep} + B v_{nep} \cdot |v_{nep}|, \quad (13),$$

где  $p_I, v_I, p_{II}, v_{II}, p_{III}, v_{III}$  - давление и скорость на участках магистрали  $I, II, III$ ;  $a$  - коэффициент трения в магистрали трубопровода;  $c_T, c_K$  - скорость звука в трубе, камере с жидкостью;  $v_{nep}$  - скорость перетекания потока из трубопровода в предкамеру;  $p_{ПК}, v_{ПК}, p_K, v_K$  - давление и скорость в предкамере и камере стабилизатора;  $f_{ПК} = \frac{\pi}{4} (d_{ПК}^2 - d_{III}^2)$  - площадь поперечного сечения предкамеры кольцевой формы;  $d_{III}, d_{ПК}$  - средний диаметр трубы магистрали и внешний диаметр кольца предкамеры;  $A$  и  $B$  - постоянные коэффициенты, получаемые экспериментально.

Уравнения (3) – (13) представляют собой систему относительно одиннадцати неизвестных функций  $p_I, v_I, p_{II}, v_{II}, p_{III}, v_{III}, p_{ПК}, v_{ПК}, p_K, v_K, v_{nep}$ , в которой (3), (5), (7), (9) и (11) являются уравнениями равновесия элемента потока; (4), (6), (8), (10) и (12) – уравнениями неразрывности и уравнение (13) выражает условие перетекания жидкости через перфорацию.

Длина волны, которую гасит стабилизатор, как правило, значительно превышает его длину  $l_{CT}$ . Поэтому принимается гипотеза о том, что давление в различных элементах стабилизатора не меняется по координате  $x$ .

Система (3) – (13) сводится к четырем уравнениям, к которым вместе с граничными условиями (в граничных сечениях задается известная величина давления или расхода) применяется преобразование Лапласа по времени. Преобразованная система дифференциальных уравнений уже не является системой в частных производных и имеет точное решение. Переходя обратно во временную область с помощью формулы обращения Меллина, методом Д'Аламбера находятся оригиналы функций  $\bar{p}_I(s, x), \bar{v}_I(s, x), \bar{p}_{II}(s, x), \bar{v}_{II}(s, x)$ .

#### Сравнение методов.

1) Методом Д'Аламбера были решены задачи на вынужденные колебания, в которых в одном из граничных сечений задавалось давление равное нулю (выброс жидкости в атмосферу), во втором задавались известные пульсации давления или расхода. Аналогичные задачи решались и методом Лапласа, однако ввиду громоздкости вычислений (которые не всегда можно было поручить компьютеру) число рассматриваемых участков сокращалось до минимума.

2) Методом Лапласа легче решаются задачи на гидроудар (в граничном сечении с постоянным расходом мгновенно закрывается задвижка) [2]. Также исследовались задачи с нелинейным законом перетекания жидкости через перфорацию, что в методе Д'Аламбера сделать трудно (если вообще возможно). Задачи с наличием трения в магистральном трубопроводе можно решать обоими методами.

3) При решении задач на вынужденные колебания метод Д'Аламбера более удобен, так как легче задавать гармоники вынужденных колебаний.

4) Часть результатов решения по рассматриваемым методам сравнивались и разница амплитуд давления не превосходила 10%.

Выводы:

1) При решении методом Д'Аламбера значительно легче рассчитывать гидравлические системы, включающие несколько разных конструктивных участков, однако труднее учитывать нелинейности задач.

2) Оба метода имеют определенные ограничения их использования, связанные с невозможностью (или большой технической трудностью) учета изменений в системе, происходящих в заданные моменты времени.

3) Решение задач точными методами дает правдоподобную физическую интерпретацию, что может быть использовано при проверке решений численными методами.

Л и т е р а т у р а

1. Чарный И.А. Неустойчившееся движение реальной жидкости в трубах. 2 –е изд // М.: Недра, 1975 – 296 с.

2. Ганиев Р.Ф., Низамов Х.Н., Дербуков Е.И. Волновая стабилизация и предупреждение аварий в трубопроводах. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 199 с.

3. Рекач Ф.В. Расчет стабилизатора давления диссипативного принципа действия методом Лапласа с учетом трения в магистральном трубопроводе и нелинейной зависимости скорости перетекания жидкости через перфорации// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2007. – №4. – С. 56-60.

4. Рекач Ф.В. Исследование вынужденных колебаний в круговых цилиндрических оболочках методом Д'Аламбера со стабилизатором давления диссипативного типа// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. –2007.–№2.– С. 47-52.

5. Young W.R. and Wolfe C.L. Generation of surface waves by shear-flow instability// J. Fluid Mechanics. – 2014. – Vol. 739. – P. 276 – 307.

Reference

1. Charny, I.A. (1975). *Unsteady Motion of Real Liquid in Tubes*, Moscow: Nedra, 296 p.

2. Ganiev, R.F, Nizamov, H.N., Derbukov, E.I. (1996). *Wave Stabilization and Prevention of Accidents in Pipe-Lines*, Moscow: Izd-vo MG TU, 260 p.

3. Rekach, F.V. (2007). Analysis of dissipative principle pressure stabilizer by Laplace method taking friction in main tube and nonlinear dependence of flowing liquid speed through perforation in consideration, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 4, p. 56-60.

4. Rekach, F.V. (2007). Analysis of forced oscillations in circular cylindrical shells by D'Alamber method with dissipative principle pressure stabilizer, *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, № 2, p.47-52.

5. Young, W.R. and Wolfe, C.L. (2014) Generation of surface waves by shear-flow instability, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 739, p. 276 – 307.

**METHODS OF COMPARISON IN ANALYSIS OF UNSTEADY LIQUID MOTION  
IN CIRCULAR CYLINDRICAL SHELLS**

F.V. Rekach

*Peoples Friendship University of Russia, Moscow*

A short essay of pressure pipelines analysis on water hammer and pressure oscillations by exact methods is described in this paper.

KEY WORDS: oscillations, pressure stabilizer, unsteady flow, cylindrical shell.