

## КРУГОВАЯ РЕШЕТКА ИЗ ДУГ ОКРУЖНОСТЕЙ

Л.В. Виноградов

Кафедра теплотехники и тепловых двигателей  
Инженерный факультет  
Российский университет дружбы народов  
Подольское шоссе, 8/5, Москва, Россия, 113093

В работе представлена программа для профилирования круговых решеток турбин методом конформного отображения прямых решеток с лопатками — дугами окружности.

**Ключевые слова:** турбина, лопатка турбины, плоский поток, конформное отображение.

Профилирование круговых сопловых решеток центростремительных турбин (ЦТ), например для агрегатов наддува дизелей осуществляется проектантом после выполнения газодинамического расчета центростремительных турбин (ЦТ).

Опыт проектирования сопловых решеток или лопаточных направляющих аппаратов (ЛНА) ЦТ показывает, что разработка соплового аппарата — многовариантная задача. При проработке конструкции турбины приходится рассматривать ряд вариантов компоновки турбинной ступени, что, естественно, удобнее выполнять с применением компьютерных технологий. Современные интегрированные системы типа Mathcad при разработке и использовании соответствующего программного обеспечения позволяют успешно решать такие задачи.

Существует ряд способов профилирования сопловых аппаратов центростремительных турбин. В работе [1] рассмотрен один из способов — способ, основанный на конформном отображении прямой решетки профилей на плоскость круговой. В основе этого метода лежит предположение о том, что все изученные свойства плоского потока через прямые решетки и методы их исследования могут быть непосредственно распространены на неподвижные круговые решетки [1].

Если известны координаты круговой решетки в плоскости  $V$ , конформным отображением

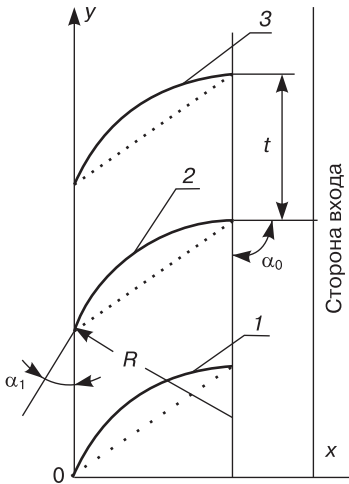
$$\zeta = \ln(V) = \ln r + i(\varphi + 2\pi z) \quad (1)$$

получаются соответствующие профили плоской решетки. Если известны координаты профиля плоской решетки, то соответствующие им координаты круговой решетки определяются с помощью отображения

$$V = e^{\zeta}.$$

Комплексное равенство (1), устанавливающее соответствие точек плоскостей  $\zeta$  и  $V$ , эквивалентно двум действительным соотношениям, которые при граничных условиях  $x = 0$ ,  $r = r_1$  и  $x = B$ ,  $r = r_2$  дают связь между текущими координатами профиля прямой решетки  $x$ ,  $y$  и полярными координатами  $r$ ,  $\theta$  круговой решетки, а также позволяют определить число лопаток круговой решетки  $z$  [1]:

$$r = r_1 \cdot e^{\frac{x}{b} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}, \quad (2)$$



**Рис.** Расчетная схема прямой решетки лопаток — дужек окружности:

$B$  — ширина решетки,  $\alpha_0$  — угол потока на входе в решетку,  $\alpha_1$  — угол выхода потока из решетки,  $t$  — шаг решетки; 1, 2, 3 — лопатки из дуг окружностей

Указанная программа:

- вводит исходные данные: ширина решетки —  $B$ , относительный шаг решетки —  $t$ ; угол выхода потока  $\alpha_1$ ;
  - записывает уравнения лопаток — дуг окружностей —  $C_1(x), C_2(x), C_3(x)$ ;
  - записывает уравнения хорд лопаток —  $L_1(x), L_2(x), L_3(x)$ ;
  - задает число лопаток  $z$  и внутренний радиус  $r_1$  круговой решетки;
  - строит фрагмент прямой решетки пластин;
  - преобразует прямоугольные координаты  $x, y$  прямой решетки пластин в полярные координаты  $r, \theta$  круговой решетки применением формул конформного преобразования;
  - преобразует полярные координаты круговой решетки в прямоугольные координаты, применением параметрического вида записи аналитических зависимостей;
  - строит фрагмент круговой решетки в прямоугольных координатах.
- Программа Radial Cascade C.mcd представлена ниже.

$$\theta = \frac{2\pi \cdot y}{z \cdot t}, \quad (3)$$

$$z = \frac{2\pi \cdot b}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (4)$$

Обычно при рассмотрении задач профилирования в первую очередь решается одна из простейших задач — в данном случае задача профилирования круговой решетки на базе прямой решетки с лопатками — дугами окружности.

На рисунке представлена расчетная схема прямой решетки пластин.

Задача построения круговой решетки методом конформного отображения прямой решетки из лопаток в виде дуг окружностей в интегрированной среде *Mathcad* решается программой *Radial Cascade C.mcd*.

**ПРОГРАММА**  
**построения круговой турбинной решетки**  
**на базе прямой решетки с лопатками в виде дуг окружности**  
**Radial Cascade C**

Исходные данные: Ширина решетки  $B \quad B := 1$ , относительный шаг решетки  $t \quad t := 0.6$ , угол установки профиля в решетке  $\alpha_1 \quad \alpha_1 := 25 \cdot \frac{\pi}{180}$

Прямая решетка из лопаток — дуг окружностей.

Уравнения обводов лопаток:

$$\text{первая лопатка } C_1(x) := \sqrt{\left(\frac{B}{\cos(\alpha_1)}\right)^2 - (x-B)^2} - B \cdot \tan(\alpha_1);$$

$$\text{вторая лопатка } C_2(x) := \sqrt{\left(\frac{B}{\cos(\alpha_1)}\right)^2 - (x-B)^2} - B \cdot \tan(\alpha_1) + t;$$

$$\text{третья лопатка } C_3(x) := \sqrt{\left(\frac{B}{\cos(\alpha_1)}\right)^2 - (x-B)^2} - B \cdot \tan(\alpha_1) + 2 \cdot t.$$

$$\text{Уравнения хорд лопаток: } L_1(x) := \left(\frac{B}{\cos(\alpha_1)} - B \cdot \tan(\alpha_1)\right) \cdot x;$$

$$L_2(x) := \left(\frac{B}{\cos(\alpha_1)} - B \cdot \tan(\alpha_1)\right) \cdot x + t;$$

$$L_3(x) := \left(\frac{B}{\cos(\alpha_1)} - B \cdot \tan(\alpha_1)\right) \cdot x + 2 \cdot t.$$

$x := 0, 0.001 \dots B$

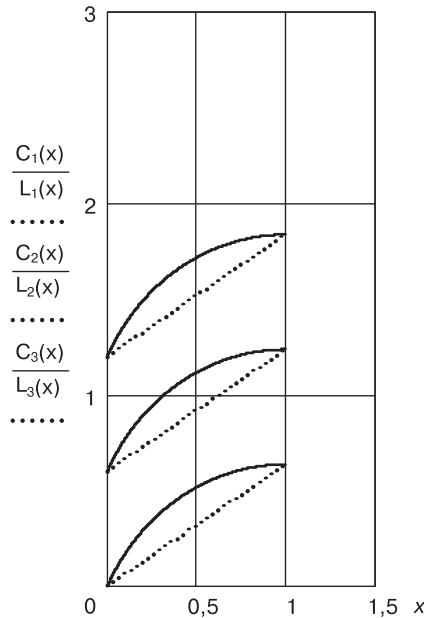


Схема прямой решетки с лопатками — дугами окружностей

Задается число лопаток круговой решетки  $z z := 20$

Задается внутренний радиус лопаточного направляющего аппарата  $r_1 r_1 := 100$

Величина внешнего радиуса круговой решетки  $r_2 r_2 := r_1 \cdot e^{\frac{2\pi \cdot B}{t \cdot z}}$  ;  $r_2 := 168,809$

Формула преобразования абсциссы  $x$  прямой решетки в плоскости  $\xi$  в полярный

радиус круговой решетки в плоскости  $V r(x) := r_1 \cdot e^{\frac{x}{B} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$

Формула преобразования ординаты прямой решетки в плоскости  $\xi$  в полярный угол круговой решетки в плоскости  $V$ .

Первая лопатка  $\theta_1(x) := 2 \cdot \frac{\pi}{z} \cdot \frac{C_1(x)}{t}$ . Вторая лопатка  $\theta_2(x) := 2 \cdot \frac{\pi}{z} \cdot \frac{C_2(x)}{t}$ .

Третья лопатка  $\theta_3(x) := 2 \cdot \frac{\pi}{z} \cdot \frac{C_3(x)}{t}$ .

Построение круговой решетки в прямоугольных координатах (в параметрическом виде)

$$x_1(x) := r(x) \cdot \cos(\theta_1(x)) \quad y_1(x) := r(x) \cdot \sin(\theta_1(x))$$

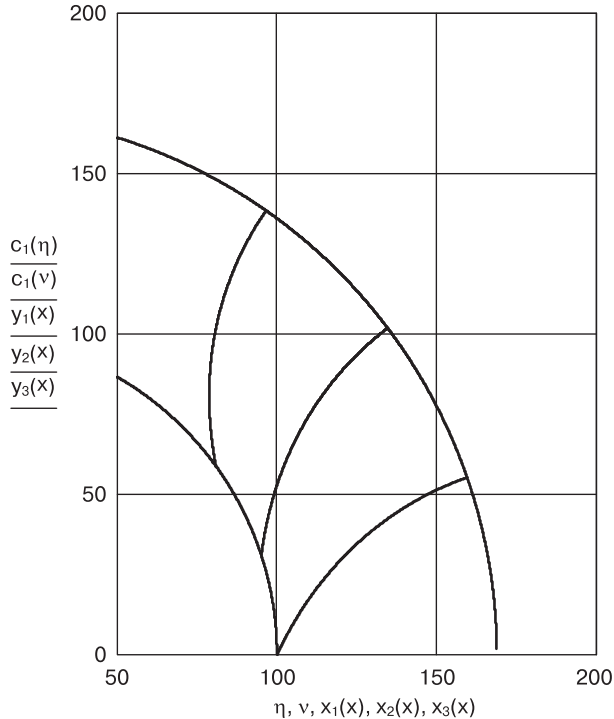
$$x_2(x) := r(x) \cdot \cos(\theta_2(x)) \quad y_2(x) := r(x) \cdot \sin(\theta_2(x))$$

$$x_3(x) := r(x) \cdot \cos(\theta_3(x)) \quad y_3(x) := r(x) \cdot \sin(\theta_3(x))$$

Уравнения внутреннего и внешнего обводов круговой решетки

Диапазон изменения абсцисс  $\eta := 0, 0.01 \dots r_1$ .  $\nu := 0, 0.01 \dots r_2$

$$C_1(\eta) := \sqrt{r_1^2 - \eta^2} \quad C_2(\nu) := \sqrt{r_2^2 - \nu^2}$$



Фрагмент круговой решетки — 3 лопатки (плоскость  $V$ )

**Конец программы**

В программе показан фрагмент круговой решетки, построенной методом конформного отображения прямой решетки лопаток в виде дуг окружностей (см. рис.). Поток входит на лопатки решеток под углом  $\alpha_0 = 90^\circ$ , а выходит под углом  $\alpha_1 = 25^\circ$ .

Проведенная работа позволяет сделать вывод о том, что разработана программа построения элементарной круговой решетки методом конформного отображения на базе прямой решетки с лопатками — дугами окружностей.

Программа позволяет не только построить круговую решетку, но и получить в параметрическом виде аналитические уравнения профилей лопаток  $x_1(x) := r(x) \cdot \cos(\theta_1(x))$ ,  $y_1(x) := r(x) \cdot \sin(\theta_1(x))$  и т.д., а следовательно, и матрицу координат для построения и анализа действительной формы межлопаточного канала, геометрические характеристики которого при конформном отображении зависят от числа лопаток решетки.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- [1] *Митрохин В.Т.* Выбор параметров и расчет центростремительной турбины. — М.: Машиностроение, 1966.

## **PROFILING OF A TURBINE RADIAL CASCADE FROM ARC OF CIRCLES**

**L.V. Vinogradov**

Department of heating engineers and heat engines  
Faculty of Engineering  
Peoples' Friendship University of Russia  
*Podolskoe shosse, 8/5, Moscow, Russia, 113093*

An article presents a new method for designing the turbo radial cascade based of blades — circles.

**Key words:** turbine, turbine blade, flat flow, conformal mapping.